

République Algérienne Démocratique Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de Recherche Scientifique  
Université Ibn Khaldoun – Tiaret



Faculté des Sciences Appliquées  
Département de Génie Mécanique

## Machines Thermiques

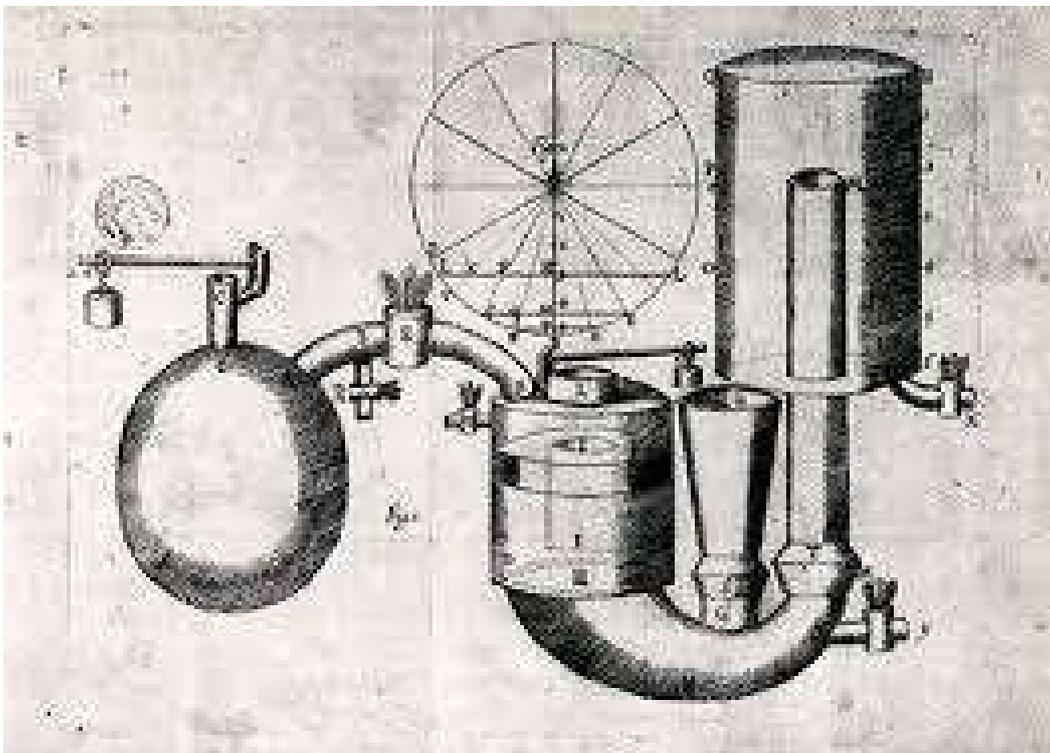
---

### Cours et Applications Corrigées

**Auteur : AKERMI Nasreddine : Dép. Génie mécanique**

**Expertisé par :**

- **Pr. SENOUCI Mohammed** : Professeur à l'Ecole Supérieure en Génie Electrique et Energétique - ESGEE Oran
- **Dr. CHAIB. Khaled** : Maitre de conférences classe 'A' à l'Université Ibn Khaldoun - Tiaret



## **Avant-propos**

Le présent polycopié est un support de cours avec applications corrigées dédié à l'ensemble des étudiants de génie mécanique en particulier aux étudiants qui suivent la formation de Master spécialisés en énergétique, et peut être utile pour les autres disciplines tel que l'hydraulique génie maritime.

Le support élaboré respecte le programme universitaire adopté pour la formation de Master en énergétique dans son contenu ainsi que dans son architecture pédagogique (Canevas de Master1 énergétique).

L'objectif principal de ce polycopié est la diffusion d'un moyen pédagogique relevant des informations utiles et simplifiées de la thermodynamique appliquées aux différentes installations thermiques en particulier :

- ✓ les cycles récepteurs
- ✓ Le fonctionnement des compresseurs et les installations frigorifiques.
- ✓ Les moteurs à combustion interne MCI.
- ✓ Les cycles moteurs : bilan énergétique et rendement des turbines à gaz et à vapeur

Le présent manuscrit est organisé comme suit :

- Premier chapitre présente un rappel thermodynamique explicitant les grandeurs et les fonctions thermodynamiques passant par les principes fondamentaux et les théories des gaz parfaits et réels.
- Deuxième chapitre est consacré aux machines à cycles récepteurs relevant des applications de la thermodynamique. L'étude prend en soin les différentes formulations énergétiques et hypothèse liées aux propriétés des compresseurs et aux installations frigorifiques.
- Troisième chapitre : Une vision simplifiée sur les moteurs à allumage commandé et ses différents types ainsi que le fonctionnement des cycles énergétiques existants.
- Le quatrième chapitre porte sur des notions fondamentales des turbines à gaz ainsi que leurs cycles thermodynamiques.
- Le cinquième chapitre décrit une étude énergétique détaillée des turbines à vapeur et des formulations théoriques qui servent à la détermination des rendements thermiques.
- Des exercices avec leurs solutions permettant aux étudiants d'enrichir leurs compétences et les aider à se rapprocher des applications industrielles des différentes installations étudiées durant la formation.

## Sommaire

### Avant-propos

### Nomenclatures

#### **Chapitre I. Rappel de thermodynamique technique [Page 1/Page 18]**

I.1. Notions de variables d'états, équations d'états des gaz parfaits.....	1
I.1.1. Description macroscopique d'un système thermodynamique.....	1
I.1.2. Systèmes thermodynamiques.....	1
I.1.2.1. Systèmes isolés.....	2
I.1.2.2. Systèmes ouverts.....	2
I.1.2.3. Systèmes fermés.....	2
I.1.3. Variables d'états.....	2
I.1.3.1. Variables extensives.....	3
I.1.3.2. Variables intensives.....	3
I.1.4. Terminologie thermodynamique.....	3
I.1.4.1. Travail $W$ .....	3
I.1.4.2. Quantité de chaleur $Q$ .....	3
I.1.4.3. Chaleurs latentes.....	4
I.1.5. Fonctions d'états.....	4
I.1.6. Convention des signes.....	4
I.1.7. Equations d'états des Gaz parfaits.....	5
I.1.8. Equations d'états des Gaz de Van Der Waals.....	5
I.1.8.1. L'équation de Van Der Waals.....	5
I.1.8.2. Covolume.....	6
I.1.9. Transformations thermodynamiques.....	6
I.1.9.1. Transformation réversible et irréversible.....	6
I.1.9.2. Transformation isochore.....	7
I.1.9.3. Transformation isobare.....	7
I.1.9.4. Transformation isotherme.....	8
I.1.9.5. Transformation adiabatique.....	8
I.1.9.6. Transformation polytropique.....	8
I.1.10. Rendement de Cycle thermodynamique.....	8
I.2. Premier principe de la thermodynamique.....	9
I.2.1. Enoncé.....	9
I.2.2. Notion d'énergie interne.....	10
I.2.3. Système ouvert et notion d'enthalpie.....	10
I.3. Second principe de la thermodynamique.....	10
I.3.1. Enoncé.....	10
I.3.2. Notion d'entropie.....	11
I.3.3. Energie libre et enthalpie libre .....	11
I.4. Applications et Corrigés.....	12-18
I.4.1. Applications.....	12-13
I.4.2. Corrigés.....	13-18

## **Chapitre II. Machines à cycles récepteurs [Page 19/Page 41]**

II.1. Compresseurs.....	19
II.1.1. Généralités.....	19
II.1.1.1. Définition.....	19
II.1.1.2. Principe de fonctionnement.....	19
II.1.2. Compresseurs alternatifs.....	19
II.1.2.1. Types de compresseurs alternatifs.....	19
a. Compresseurs hermétiques.....	19
b. Compresseurs ouverts.....	20
c. Compresseurs semi-hermétiques.....	21
II.1.2.2. Compression mono-étagée.....	21
II.1.2.3. Compression multi-étagée.....	22
II.1.2.4. Rendement des compresseurs.....	22
II.2. Machines frigorifiques.....	23
II.2.1. Installations frigorifiques.....	23
II.2.2. Fluides frigorigènes.....	24
II.2.2.1. Types des fluides frigorigènes.....	24
II.2.2.2. Impact environnemental.....	25
II.2.3. Performance d'une installation frigorifique.....	26
II.2.4. Cycles de réfrigération.....	26
II.2.4.1. Cycles frigorifiques avec compression vapeur.....	27
II.2.4.1.1. Cycle de base (cycle de Carnot).....	27
II.2.4.1.2. Cycles frigorifiques à compression mono-étagée.....	28
II.2.4.1.3. Cycles frigorifiques à compression bi-étagée.....	29
II.2.5. Puissance frigorifique.....	32
II.2.5.1. Puissance thermique de l'évaporateur.....	32
II.2.5.2. Puissance thermique de compresseur.....	32
II.2.6. Choix et dimensionnement d'une installation frigorifique.....	33
II.2.6.1. Choix de l'évaporateur.....	33
II.2.6.2. Choix de compresseur.....	33
II.2.6.3. Choix de détendeur.....	33
II.2.6.4. Choix de condenseur.....	33
II.3. Pompes à chaleur.....	34
II.3.1. Principe de fonctionnement.....	34
II.4. Applications et Corrigés.....	35-41
II.4.1. Applications.....	35-37
II.4.2. Corrigés.....	37-41

## **Chapitre III. Cycles Idéaux des Moteurs à combustion interne [Page 42/Page 53]**

III.1. Généralités sur Moteurs à combustion interne.....	42
III.1.1. Description.....	42
III.2. Cycle à allumage commandé.....	43
III.2.1. Principe de fonctionnement.....	43
III.2.1.1. Cycles à quatre temps.....	43
III.2.1.2. Cycles à deux temps.....	44
III.2.1.3. Taux de compression.....	45

III.2.1.4. Rendement thermodynamique.....	45
III.3. Cycle Diesel.....	46
III.3.1.1 Rendement thermodynamique.....	46
III.4. Cycle Otto (Beau de Rochas) .....	47
III.4.1. Rendement thermodynamique.....	47
III.5. Cycle mixte.....	48
III.5.1. Rendement thermodynamique.....	48
III.6. Applications et Corrigés.....	48-53
III.6.1. Applications.....	48-50
III.6.2. Corrigés.....	50-53

**Chapitre IV. Turbine à gaz et turboréacteur [Page 54/68 Page]**

IV.1. Généralités.....	54
IV.1.1. Turbomachines.....	54
IV.1.1.1. Turboréacteur.....	54
IV.1.1.2. Turbine à gaz.....	55
a. Description et principe de fonctionnement.....	55
b. Composantes de la turbine à gaz.....	56
IV.2. Cycle de base.....	57
IV.2.1. Cycle de Joule-Brayton idéal.....	57
IV.2.1.1. Rendement thermodynamique.....	57
IV.2.2. Cycle de Joule-Brayton réel.....	58
IV.2.2.1 Rendement thermodynamique.....	59
IV.3. Autres cycles.....	59
IV.3.1. Cycle de Joule-Brayton avec récupération.....	59
IV.3.1.1. Rendement thermodynamique.....	59
IV.3.2. Cycle d'Ericsson (compression et détente isotherme) .....	60
IV.3.2.1. Rendement thermodynamique.....	60
IV.3.3. Cycle à compression et détente multi-étagées.....	60
IV.3.3.1. Rendement thermodynamique.....	61
IV.3.4. Cycle combiné ou cogénération.....	61
IV.3.4.1. Génération combinée d'électricité.....	61
IV.3.4.2. Echanges de chaleur dans le générateur de vapeur GVR.....	61
IV.4. Applications et Corrigés.....	62-68
IV.4.1. Applications.....	62-64
IV.4.2. Corrigés.....	64-68

**Chapitre V. Turbine à vapeur [Page 69/Page 85]**

V.1. Rappel : Changement de phase d'un corps pur (liquide-vapeur) .....	69
V.1.1. Zone d'existence des différentes phases.....	69
V.1.2. Equilibre d'un corps pur sous deux phases.....	69
V.1.2.1. Condition et courbe d'équilibre.....	69
V.1.2.2. Formule de Clapeyron.....	70
V.1.3. Titre en vapeur (teneur en vapeur) .....	71
V.2. Généralités.....	71
V.2.1. Principe de fonctionnement de la turbine à vapeur (TAV) .....	71
V.2.1. Les principaux composants des turbines à vapeur.....	72

---

V.3. Cycles de Rankine sans surchauffe.....	73
V.3.1. Rendement thermique.....	75
V.4. Cycle de Rankine avec surchauffe (Hirn) .....	75
V.4.1. Rendement thermique.....	76
V.5. Cycles à soutirage.....	76
V.5.1. Rendement thermique.....	77
V.4. Applications et corrigés.....	78-80
V.4.1. Applications.....	78-80
V.4.2. Corrigés.....	80-83

***Bibliographie******Annexes***

### Nomenclatures

$T$	Température	[°C]
$\vartheta$	Température	[K]
$Q_{\text{irrév}}$	Chaleur irréversible	[J]
$Q_{\text{rév}}$	Chaleur réversible	[J]
$d$	Densité volumique	[-]
$\delta W$	Travail élémentaire	[J]
$P_{\text{ext}}$	Pression de milieu extérieur	[Pascal]
$\delta V$	Volume élémentaire	[m <sup>3</sup> ]
$P_{\text{sys}}$	Pression du système	[Pascal]
$\delta W_{\text{irrev}}$	Travail élémentaire irréversible	[J]
$W_{\text{irrev}}$	Travail irréversible	[J]
$V_f$	Volume final	[m <sup>3</sup> ]
$V_i$	Volume initial	[m <sup>3</sup> ]
$\delta Q$	Chaleur élémentaire	[J]
$C_V$	Capacité calorifique molaire à volume constant	[J/mole/K]
$C_p$	Capacité calorifique molaire à pression constante	[J/mole/K]
$h, \mu$	Coefficients calorimétriques	[J/mole/pascal]
$\alpha$	Coefficients calorimétriques	[J/mole/m <sup>3</sup> ]
$n$	Nombre de moles	[moles]
$m$	Masse	[Kg]
$L_f, L_S, L_V,$	Chaleurs latentes	[J/Kg]
$d_i f, d_e f$	Fonctions d'états des milieux intérieurs et extérieurs	/

$R$	Constante universelle des gaz parfaits	[J/mole/K]
$r$	Constante des gaz parfaits	[J/mole/Kg]
$b$	Coefficient de correction (gaz réel)	[m <sup>3</sup> /mole]
$a$	Coefficient de correction (gaz réel)	[pascal/mole <sup>2</sup> /m <sup>6</sup> ]
$N_a$	Nombre d'Avogadro	[molécules/mole]
$\gamma$	Constante adiabatique	[-]
$\xi$	Rendement énergétique	[-]
$U$	Energie interne	[J/kg]
$K$	Energie cinétique	[J/kg]
$E$	Energie potentielle	[J/kg]
$H$	Enthalpie	[J/kg]
$S$	entropie	[J/kg]
$F$	Energie libre	[J/kg]
$G$	Enthalpie libre	[J/kg]
$\rho$	Masse volumique	[Kg/m <sup>3</sup> ]
$g$	Accélération gravitationnelles	[m/s <sup>2</sup> ]
$z$	Altitude	[m]
$\eta_i$	Rendement isentropique	[-]
$COP$	Coefficient de performance (efficacité)	[-]
$COP_C$	Coefficient de performance calorifique	[-]
$COP_F$	Coefficient de performance frigorifique	[-]
$W_H, W_B$	Travail de compresseur haute et basse pression	[J]
$\Phi_H, \Phi_B$	Débit massique à haute et à basse pression	[kg/s]
$P_e$	Puissance effective	[KW]
$P_{mT}$	Puissance mécanique de la turbine	[KW]
$P_{mC}$	Puissance mécanique du compresseur	[KW]

$P_{fm+aux}$	<i>Puissance perdue : frottement mécanique et auxiliaires</i>	<i>[KW]</i>
$\eta_c$	<i>Rendement du compresseur</i>	<i>[-]</i>

# CHAPITRE I

## Rappel de thermodynamique

## I.1 Notions de variables d'états, équations d'états des gaz parfaits

### I.1.1. Description macroscopique d'un système thermodynamique :

Un système thermodynamique est caractérisé par des grandeurs physiques accessibles à l'échelle macroscopique par exemple :

**V** : volume

**N** : nombre de molécules contenues dans le système

**P** : pression

**T** : température

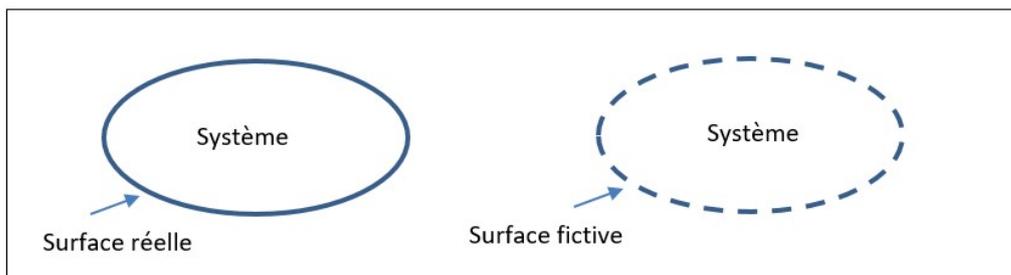
La densité volumique de particules est définie empiriquement par la relation  $d = N/V$  pour un système thermodynamique homogène.

La masse  $m$  aussi peut être une caractéristique du système en fonction de sa densité volumique.

### I.1.2. Systèmes thermodynamiques

La thermodynamique a pour objet principal l'étude des phénomènes mécaniques (travail, pression,...) couplés aux phénomènes thermiques (chaleur, température,...), l'étude des phénomènes couplés est effectuée d'une façon macroscopique. Cette science a vu la lumière au XIXème afin de bien comprendre le fonctionnement des machines thermiques produites au cours de la révolution industrielle. Les principes conventionnels de la thermodynamique ont été utiles et applicables, et qui a dépassé par la suite l'étude des machines, pour franchir tous les domaines de la physique dans lesquels la chaleur joue un rôle (électromagnétisme, optique,..), ainsi que d'autres disciplines scientifiques (chimie, biologie,...).

On appellera système le contenu d'un certain volume de l'espace. Les frontières de ce volume peuvent être réelles (ex : gaz contenu à l'intérieur d'un récipient fermé) ou imaginaires.



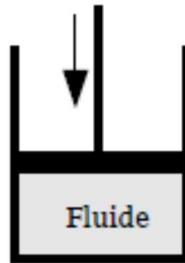
**Fig.I.1.** Systèmes thermodynamiques

Un système thermodynamique est constitué d'un très grand nombre de particules (atomes, molécules, ions,...), généralement de l'ordre du nombre d'Avogadro ( $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ ). Un tel système peut alors être décrit à l'échelle macroscopique par des grandeurs statistiques (volume, pression, température, concentrations,...), qui sont des valeurs moyennes rendant compte du comportement des diverses particules constituant le système. Ces grandeurs statistiques sont appelées variables d'état.

**Remarque** : Un système est dit thermodynamique lorsque la température est un de ses facteurs déterminants.

**I.1.2.1. Systèmes fermés :**

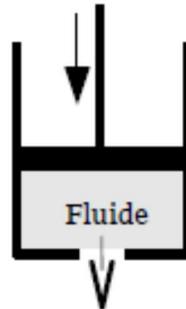
Un système fermé est tel qu'il n'échange pas de matière avec le milieu extérieur (en d'autres termes, la totalité de sa frontière est imperméable).



**Fig. I.2.** Systèmes fermés

**I.1.2.2. Systèmes ouverts :**

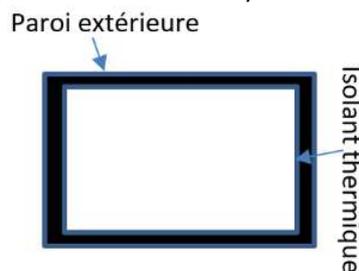
Un système est dit ouvert si les échanges de matière avec le milieu extérieur sont autorisés (il suffit pour cela qu'au moins une partie de la frontière soit perméable).



**Fig. I.3.** Systèmes ouverts

**I.1.2.3. Systèmes isolés**

Un système est dit isolé, lorsqu'il n'y a ni échange de chaleur ni échange de travail avec le milieu extérieur. (Exemple : Calorimètre – thermos).



**Fig. I.4.** Systèmes isolés

**I.1.3. Variables d'états**

Les variables d'état sont généralement des grandeurs statistiques caractérisant le système thermodynamique, et permettant de décrire ce système à l'échelle macroscopique. Si ces grandeurs sont déterminables systématiquement dans tout instant donné, pour décrire l'historique d'évolution de ce système du système, ces grandeurs peuvent être considérées comme des variables d'état. On cite par exemple : le volume, le nombre de moles, la pression, la température.

### I.1.3.1. Variables extensives

Grandeurs proportionnelles à la quantité de matière, autrement dit dépendantes de la géométrie et définies sur l'ensemble du système. Le nombre de moles, le travail, et le volume par exemple sont des variables extensives.

### I.1.3.2. Variables intensives

Grandeurs indépendantes de la quantité de matière, autrement dit indépendantes de la géométrie et définies en chaque point du système. La pression et la température sont des variables intensives. Par conséquent, on définit une phase (liquide, solide, gaz) lorsque, dans tout ou partie d'un système les grandeurs intensives sont constantes.

### I.1.4. Terminologie thermodynamique

#### I.1.4.1. Température

La température est une grandeur physique macroscopique intensive qui permet de rendre compte de l'état thermique d'un corps. La valeur mesurée de cette grandeur sert à indiquer le niveau l'agitation thermique des particules du système ou de Corp. si la température du système est élevée, les particules reçoivent plus d'agitation.

**Les échelles de température :** On en utilise principalement deux :

- L'échelle Kelvin dite échelle absolue puisque la température  $T = 0 \text{ K}$  est la plus petite température qui existe (elle correspond à une agitation nulle des molécules du corps).
- L'échelle Celsius est définie par la relation :  $\theta = T - 273.15$ , est l'échelle absolue par convention. La température s'exprime alors en °C ou en degré Kelvin K.

#### I.1.4.2. Travail

Le calcul du travail  $w$  échangé entre le système et le milieu extérieur s'effectue par la relation suivante :

$$\delta W = -P_{ext} \delta V \quad (1.1)$$

Avec :  $\delta W$  est le travail élémentaire et  $P_{ext}$  est la pression du milieu extérieur :

$$P_{ext} = -P_{sys} = P \rightarrow \delta W = P dV \quad (1.2)$$

Si la transformation est réversible à chaque instant on a :

$$\delta W_{irrev} = -P_{ext} dV \rightarrow W_{irrev} = -\int_i^f P_{ext} dV = -P_{ext} (V_f - V_i) = -P_{ext} \Delta V \quad (1.3)$$

#### I.1.4.3. Quantité de chaleur Q

Dans le cas d'une transformation irréversible, la quantité de chaleur  $Q_{irrev}$  se calcul directement du premier principe de la thermodynamique. Dans le cas contraire, la quantité de chaleur échangée avec le milieu extérieur est définie par :

$$\delta Q = C_V dT + l dV \quad (1.4)$$

L'expression de la chaleur échangée avec le milieu extérieur en fonction des variables T et P avec capacité calorifique molaire a pression constante

$$\delta Q = C_P dT + h dP \quad (1.5)$$

En fonction de P et V :

$$\delta Q = \mu dP + \alpha dV \quad (1.6)$$

#### I.1.4.4. Chaleurs latentes

La chaleur latente est la chaleur nécessaire pour qu'une quantité de matière puisse changer son état physique à une température constante. Elle est proportionnelle à la quantité de matière (masse ou nombre de moles) et la valeur de la chaleur latente liée à ce changement d'état physique.

$$Q = nL = mL \quad (1.7)$$

Naturellement, pour chaque type de matière, trois types de chaleurs latentes existantes dépendent des changements d'état physiques ( $L_s$ ,  $L_v$  et  $L_f$ ).

$L_s$ ,  $L_v$  ou  $L_f$ : sont des chaleurs massiques ou molaires associées respectivement au changement des phases : sublimation, vaporisation ou fusion.

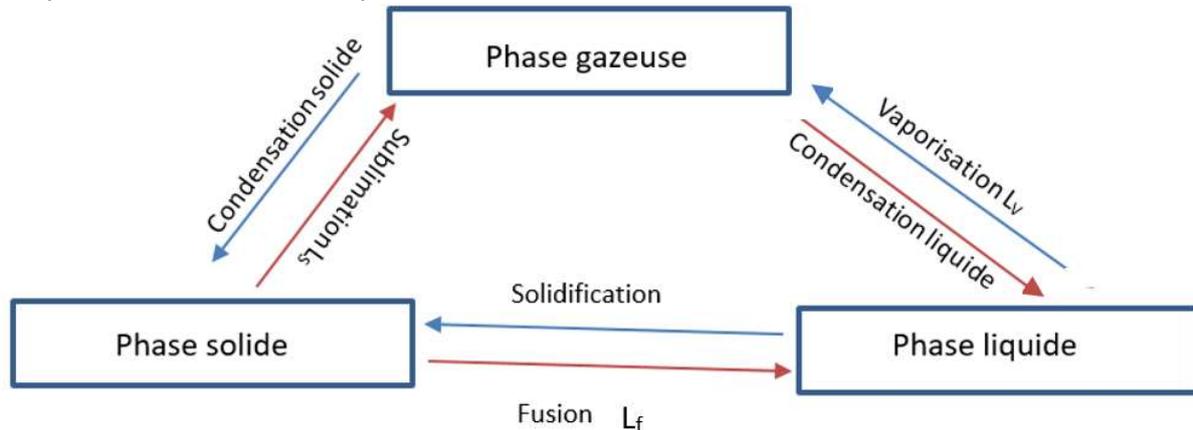


Fig.I.5. Changement de phases

#### I.1.5. Fonctions d'état

Les fonctions d'état sont des grandeurs extensives qui ne dépendent que des variables d'état. Leurs valeurs ne dépendent donc pas des transformations antérieures. De même, la variation de ces fonctions d'état lors d'une transformation est indépendante du chemin suivi.

**Exemples** : l'énergie interne  $U$ , l'enthalpie  $H$ , l'entropie  $S$ , l'énergie libre  $F$ , l'enthalpie libre  $G$  sont toutes des fonctions d'état.

$$df = d_i f + d_e f \quad (1.8)$$

#### I.1.6. Convention des signes

Par convention, lorsque le système reçoit, la quantité est comptée positivement, en opposé, la quantité cédée est négative :

$Q > 0$  : le système reçoit de la chaleur (processus endothermique).

$Q < 0$  : le système cède de la chaleur au milieu extérieur (processus exothermique).

$W > 0$  : le système reçoit un travail (système récepteur).

$W < 0$  : le système fournit un travail (système moteur).

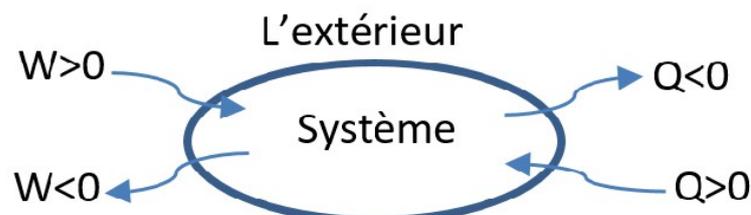


Fig. I.6. Convention de signes

### I.1.7. Equations d'états des gaz parfaits

L'étude expérimentale des gaz a conduit à définir le modèle du gaz parfait, très utilisé en thermodynamique. Pourvu que l'on opère à pression suffisamment faible, on observe expérimentalement les trois lois énoncées ci-dessous.

#### I.1.7.1. Loi de Boyle et Mariotte

A température constante, la pression  $p$  d'une masse donnée  $m$  de gaz est inversement proportionnelle à son volume  $V$ . ( $T = \text{cte} : P_1 V_1 = P_2 V_2$ )

Ce qui revient à dire que le produit de la pression  $p$  d'un gaz par son volume  $V$  ne dépend que de la température. Elle a été énoncée en 1662 par Robert Boyle et Edme Mariotte.

#### I.1.7.2. Loi de Gay-Lussac

A pression constante  $p$ , le volume  $V$  occupé par une masse donnée  $m$  de gaz est proportionnel à sa température. Cette loi a été énoncée en 1800 par Louis Joseph Gay-Lussac. ( $P = \text{cte} : V_2/V_1 = T_2/T_1$ ).

#### I.1.7.3. Loi d'Avogadro et Ampère

Des volumes égaux de gaz de nature différente, pris dans les mêmes conditions de température et de pression, renferment le même nombre de moles. Cette loi a été émise comme hypothèse en 1811 par Amedeo Avogadro, et énoncée en 1814 par André-Marie Ampère. ( $V = \text{cte} : P_2/P_1 = T_2/T_1$ ).

- **Définition d'un gaz parfait**

Par définition, un gaz parfait est un gaz qui suit exactement les lois de Boyle et Mariotte, de Gay-Lussac, et d'Avogadro et Ampère.

- **Loi des gaz parfaits**

On appelle gaz parfait les gaz qui obéissent à l'équation d'état :

$$PV = nRT \quad (I.9)$$

Où  $R = 8.314 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$  est la constante universelle des gaz parfaits.

Pour un gaz parfait, la loi de Mayer devient :

$$C_p - C_v = R \quad (I.10)$$

### I.1.8. Equations d'états des Gaz de Van Der Waals

#### I.1.8.1. L'équation de Van Der Waals

L'équation d'état des gaz parfaits décrit un gaz dont les molécules sont ponctuelles et non interagissantes. Cette équation décrit correctement les gaz monoatomiques et relativement bien les gaz polyatomiques à basse densité, l'écart par rapport à l'expérience devient important. Une meilleure approximation est obtenue vis-à-vis des gaz réels avec l'équation de Van Der Waals qui tient compte du volume des molécules et introduit un terme d'interaction simple en introduisant des coefficients empiriques  $a$  et  $b$ .

$$\left(P + \frac{n^2 a}{V^2}\right)(V - nb) = nRT \quad (I.11)$$

On voit dans l'équation d'état de Van Der Waals qu'une correction effectuée sur la pression et sur le volume à l'aide de deux coefficients a et b.

### I.1.8.2. Covolume

Les molécules sont considérées comme des sphères impénétrables de rayon r. l'équation d'état de Van Der Waals est établie telle que le volume disponible est celui de l'enceinte moins celui de molécules d'où  $V - nb$ , le coefficient b est appelé covolume il est lié au rayon des molécules

$$b = \frac{4\pi}{3V^2} N_a r^3 \quad (I.12)$$

Où  $N_a$  est le nombre d'Avogadro vaut  $6.022 \cdot 10^{23}$  molécules par mole.

r est de l'ordre de 1nm ce qui est cohérent avec la taille réelle des molécules.

### I.1.9. Transformations thermodynamiques

On appelle transformation, la succession temporelle d'états qu'un système parcourt entre un état d'équilibre initial et un état d'équilibre final.

La transformation est dite infinie si elle joint deux états d'équilibre infiniment proches et peut être considérée finie si elle joint deux états d'équilibre séparés par une distance finie.

Lors d'une transformation, l'état du système considéré évolue car des échanges ont lieu, dans ce système s'il est composite et/ou entre ce système et le milieu extérieur. Les grandeurs échangées sont extensives.

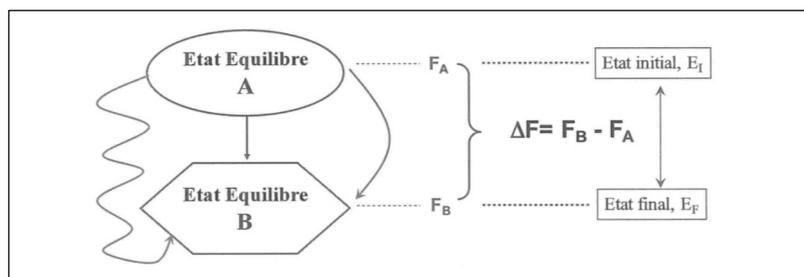
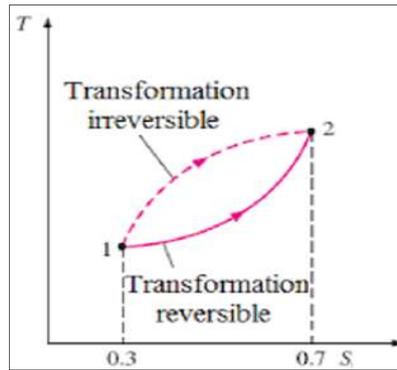


Fig. I.7. Transformations des systèmes thermodynamiques

#### I.1.9.1. Transformation réversible et irréversible

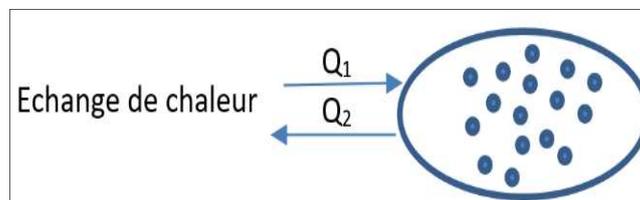
Un système subit une transformation réversible si les deux conditions suivantes sont remplies : la transformation que subit le système est quasi-statique le système est en permanence en équilibre avec le milieu extérieur. Si l'une des deux conditions n'est pas remplie, la transformation que subit le système considéré est qualifiée d'irréversible. Tout comme pour les transformations quasi-statiques, il est crucial de bien spécifier le système qui subit une transformation avant de déclarer cette dernière réversible.



**Fig. I.8.** Transformation réversible et irréversible

### I.1.9.2. Transformation isochore (voir Tables en annexes)

Soit un gaz supposé parfait et enfermé dans une enceinte rigide non déformable ( $dV = 0$ ).



**Fig. I.9.** Transformation isochore

L'équation d'état d'un gaz parfait  $PV = nRT$

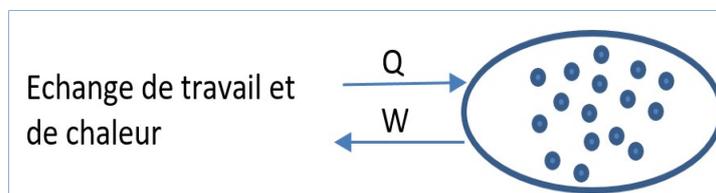
Etat initial  $P_1V_1 = nRT_1$

Etat final  $P_2V_2 = nRT_2$

$$V = cte \rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{T_1}{T_2} \quad (I.13)$$

### I.1.9.3. Transformation isobare (voir Tables en annexes)

Soit un gaz supposé parfait et enfermé dans une enceinte à volume déformable, il subit une transformation à pression constante  $dP=0$ .



**Fig. I.10.** Transformation isobare

Etat initial  $PV_1 = nRT_1$

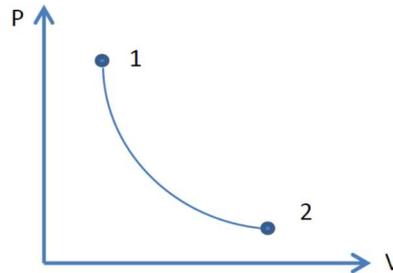
Etat final  $PV_2 = nRT_2$

$$P = cte \rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} \quad (I.14)$$

**I.1.9.4. Transformation isotherme  $dT=0$  (voir Tables en annexes)**Etat initial  $P_1V_1 = nRT$ Etat final  $P_2V_2 = nRT$ 

$$T = cte \rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{V_2}{V_1}$$

$$PV = cte \quad (I.15)$$

**Fig. I.11.** Transformation isotherme**I.1.9.5. Transformation adiabatique (voir Tables en annexes)**

La transformation est dite adiabatique si le système ne subit aucun échange de chaleur (renfermé)  $dQ=0$

Pour un gaz parfait l'équation devient :

$$PV^\gamma = cte \rightarrow P_1V_1^\gamma = P_2V_2^\gamma \text{ (Relation de Laplace)}$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^\gamma \quad (I.16)$$

**Remarque :** La transformation adiabatique et réversible est dite isentropique.

**I.1.9.6. Transformation polytropique**

La transformation polytropique englobe l'ensemble des transformations existantes et est défini par l'équation :

$$PV^n = cte \quad (I.17)$$

$$\rightarrow \begin{cases} n = 0 \rightarrow P = cte \text{ transformation isobare} \\ n = 1 \rightarrow T = cte \text{ transformation isotherme} \\ n = \gamma \rightarrow PV^\gamma = cte \text{ transformation adiabatique} \end{cases}$$

**I.1.10. Rendement de cycle thermodynamique**✓ **Cycles thermodynamiques idéaux :**

Un cycle est une Succession des états thermodynamiques par lesquels un système repasse indéfiniment, soit dans le temps (système sans transvasement) soit dans l'espace (système avec transvasement) » « Transformation fermée subie par un système thermodynamique »  
Représentation  $\Rightarrow$  courbe fermée dans un diagramme thermodynamique T-S ou P-V.

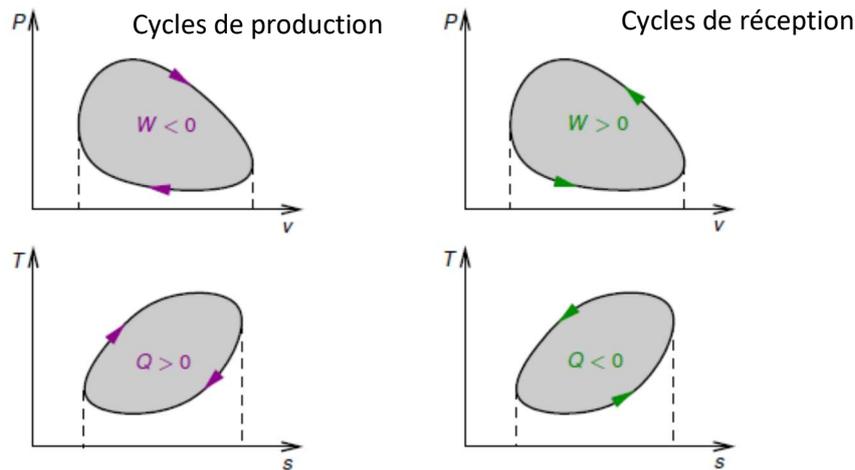


Fig. I.12. Cycles thermodynamiques fermés

✓ **Rendement énergétique :**

Le rendement énergétique du cycle thermodynamique est le rapport du travail fourni et la quantité de chaleur reçue.

$$\xi = \frac{|W|}{Q} \quad (I.18)$$

**Exemple :** cycle de Carnot

$Q_1$ : chaleur reçue

$Q_2$ : chaleur cédée

$$\xi = \frac{|W|}{Q} = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1} = 1 + \frac{Q_2}{Q_1}$$

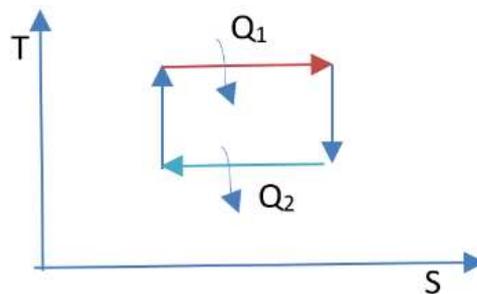


Fig. I.13. Cycle de Carnot

## I.2. Premier principe de la thermodynamique

### I.2.1. Enoncé

Un système fermé qui subit une transformation thermodynamique échange de l'énergie avec le milieu extérieur de deux façons :

- en produisant ou en consommant du travail  $W$  : travail des actions macroscopiques exercées par le milieu extérieur sur le système.
- en produisant ou en consommant du transfert thermique (ou chaleur)  $Q$ . (Ceci se traduit au niveau microscopique par un mouvement incohérent, chaotique des particules du système).

Au cours d'une transformation quelconque d'un système fermé, la variation de son énergie totale est égale à l'énergie échangée avec le milieu extérieur.

$$E_{\text{totale}} = (E_{\text{macro}} + E_{\text{micro}}) + (E_{p_{\text{macro}}} + E_{p_{\text{micro}}}) \quad (I.18)$$

### I.2.2. Notion d'énergie interne

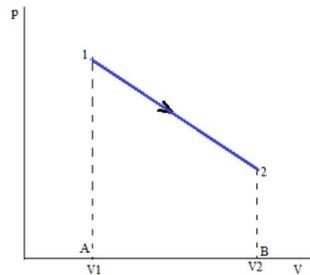
L'énergie interne est déterminée sous forme de variation entre deux états 1 et 2 d'une transformation thermodynamique d'un système et elle est égale à la somme des quantités de chaleur et de travail échangé pendant cette transformation, soit pour la masse totale.

$$\Delta U + \Delta K + \Delta E = W + Q \quad (I.19)$$

$\Delta K, \Delta E$  Négligeables pour un système purement thermodynamique

$$\Delta U_{1-2} = U_2 - U_1 = Q_{1-2} + W_{1-2} = Q_{1-2} - \int_1^2 P dV \quad (I.20)$$

Sur un cycle  $W + Q = 0$



**Fig.I.14.** Energie interne

### I.2.3. Système ouvert et notion d'enthalpie

L'enthalpie est égale à la somme de l'énergie interne 'U' et du produit de la pression 'P' et du volume 'V' soit :

$$H = U + PV \quad (I.21)$$

Variation d'enthalpie

$$dH = dU + d(PV)$$

$$dH = dU + PdV + VdP \quad (dW_{\text{échangé}} = -PdV)$$

$$dH = dQ + VdP \quad (I.22)$$

Au cours d'une transformation d'un système fermé et isolé d'un état initial à un état final, son énergie interne est conservée et sa variation égale à la quantité d'énergie échangée avec le milieu extérieur par transfert thermique (chaleur) et mécanique (travail pour un système ouvert).

## I.3. Second principe de la thermodynamique

### I.3.1. Enoncé

La chaleur ne passe pas elle-même d'une source froide à une source chaude.

### Enoncé de Kelvin

On ne peut construire un moteur qui puise de la chaleur à une seule source et la transformer entièrement en travail.

Lors d'un cycle le second principe permet d'écrire :

$$\frac{Q_1}{T} + \frac{Q_2}{T} \leq 0 \quad \text{Relation de Clausius} \quad (1.23)$$

$$\frac{Q_1}{T} + \frac{Q_2}{T} < 0 \quad \text{Cycle irréversible} \quad (1.24)$$

$$\frac{Q_1}{T} + \frac{Q_2}{T} = 0 \quad \text{Cycle réversible} \quad (1.25)$$

### I.3.2. Notion d'entropie

Lors d'une transformation élémentaire, le second principe s'écrit :

$$dS \geq \frac{\delta Q}{T} \begin{cases} dS > \frac{\delta Q}{T} & \text{transformation irréversible} \\ dS = \frac{\delta Q}{T} & \text{transformation réversible} \end{cases}$$

$$ds \geq \frac{\delta Q}{T} \rightarrow \delta Q - T dS \leq 0 \quad \text{Critère d'évolution}$$

Pour un système isolé :

$$dS \geq \frac{\delta Q}{T} \text{ et } \delta Q = 0 \rightarrow dS \geq 0 \begin{cases} dS > 0 & \text{transformation irréversible} \\ dS = 0 & \text{transformation réversible} \end{cases}$$

### I.3.3. Energie libre et enthalpie libre

#### - Équation fondamentale de Gibbs

L'entropie, variable d'état ou fonction d'état, permet d'exprimer la variation d'énergie interne d'un système d'une autre façon que celle vue précédemment. En effet, pour une transformation réversible, l'utilisation conjointe des deux principes donne :

$$dU = \delta Q_{rév} + \delta W_{rév} \text{ et } dS = \frac{\delta Q_{rév}}{T} \rightarrow dU = TdS - PdV \quad (\text{équation de Gibbs}) \quad (1.26)$$

La même démarche peut être effectuée avec l'enthalpie. Pour une transformation réversible  $H = U + PV \rightarrow dH = TdS - PdV + d(PV)$

$$\text{Donc : } dH = TdS + VdP$$

On obtient un nouveau jeu de relations en introduisant l'énergie libre F

$$F = U - TS$$

$$dH = TdS - PdV + d(TS)$$

$$dF = -SdT - PdV \quad (1.27)$$

En introduisant l'enthalpie libre G, il vient :

$$G = H - TS$$

$$\rightarrow dG = TdS + VdP \pm d(TS)$$

$$dG = -SdT + VdP \quad (1.28)$$

## I.4. Applications et Corrigés

### I.4.1. Applications :

#### Questions de compréhension

1. Les grandeurs thermodynamiques extensives sont indépendantes de la géométrie du système.
2.  $dw = vdp$  est le travail élémentaire pour un système ouvert.
3. La variation de l'énergie interne est nulle pour une transformation cyclique.
4. La chaleur latente est la chaleur nécessaire pour qu'une quantité de matière puisse changer son état physique à une température variable.
5. La proportion en masse de vapeur dans le mélange est dite concentration de vapeur.
6. Les transformations de chauffage du liquide et de changement de phase se font à pression constante.

#### Exercices1

Une mole de gaz reçoit au cours d'une transformation élémentaire réversible une quantité de chaleur  $\delta Q$  qui peut s'exprimer de trois façons différentes, suivant le choix des variables (pression  $P$ , volume  $V$ , température  $T$ ) :

$$dQ = C_V dT + l dV$$

$$dQ = C_P dT + h dp$$

$$dQ = \lambda dp + \mu dV$$

$\gamma$  et  $\mu$ : Coefficients calorimétriques

- Exprimer les coefficients calorimétriques  $l$ ,  $h$ ,  $\lambda$  et  $\mu$  en fonction des capacités calorifiques  $C_V$ ,  $C_P$  et les dérivées  $\left(\frac{\delta T}{dP}\right)_V$ ,  $\left(\frac{\delta T}{dV}\right)_P$

#### Exercice2

La pression atmosphérique est-elle constante ? Si Non établir la relation  $dp = f(dz, M, R, T, P_{atm})$  supposant que l'air se comporte comme un gaz parfait et en négligeant la variation de la température ambiante ( $T$  : température ambiante,  $dz$  : variation de l'altitude,  $M$  : la masse molaire de l'air,  $R$  : constante universelle des gaz parfaits,

$P_{atm}$  : la pression atmosphérique à  $z=0$ . On donne la loi de Pascal  $\frac{dp}{dz} = -\rho g$ .

#### Exercices3

Un volume d'air (considéré comme gaz parfait) de  $2m^3$  à une pression de 3 bars subit une détente isotherme jusqu'à la pression finale de 2 bars. Déterminer :

1. La variation d'énergie interne (la variation des énergies potentielle et cinétique est négligeable).
2. Le travail fourni par l'air lors de cette détente.
3. La quantité de chaleur échangée.

#### Exercice4

Un réchauffeur est traversé par un débit de 1000 kg/h d'air qui entre à  $+15^\circ C$ , et sort chauffé à  $75^\circ C$ , sous une pression constante de 10 bars absolue. Calculer :

- 1°/ la variation d'énergie interne du gaz.
- 2°/ la chaleur absorbée par son échauffement.
- 3°/ le travail fournit lors de la dilatation du gaz.

L'air sera supposé sec et l'on prendra  $\gamma=1,4$  et  $r=287,1$  J/Kg.K.

### Exercice5

Un compresseur prélève de l'air dans l'atmosphère à une température de  $27^\circ\text{C}$  à la pression de  $1,0 \times 10^5$  Pa. Elle remplit en une minute une bouteille de 20 L de telle façon que la pression finale soit de  $10 \times 10^5$  Pa, l'air étant alors à une température de  $57^\circ\text{C}$ . On admet :

- que la transformation subie par l'air équivaut à deux transformations quasi -statiques théoriques successives :
- une transformation 1-2 à température constante.
- une transformation 2-3 à volume constant.
- que l'air peut être assimilé à un gaz parfait
- que la bouteille était préalablement vide d'air.

Travail demandé :

1. Calculer le nombre de moles d'air subissant ces transformations.
2. Calculer le volume initial  $V_1$  occupé par cet air.
3. Déterminer l'état théorique du gaz ( $P_2, V_2, T_2$ ) à la fin de la transformation 1-2.
4. Calculer la puissance minimale de la pompe.

On donne :

\* Constante des gaz parfaits :  $R = 8,32$  J.mol<sup>-1</sup>. K<sup>-1</sup>

\* Expression du travail reçu par un gaz lors d'une transformation isotherme à la température T :  $W_{AB} = n R T \ln (P_B / P_A)$

### Exercice6

Une quantité de matière  $n = 1$  mol de gaz parfait subit la succession de transformations (théoriques) suivantes :

A  $\rightarrow$  B : détente isotherme de  $P_A = 2$  bar et  $T_A = 300$  K jusqu'à  $P_B = 1$  bar en restant en contact avec un thermostat de température  $T_0 = T_A$ .

B  $\rightarrow$  C : évolution isobare jusqu'à  $V_C = 20,5$  L toujours en restant en contact avec le thermostat à  $T_0$ .

C  $\rightarrow$  A : compression adiabatique réversible jusqu'à revenir à l'état A. Le coefficient isentropique  $\gamma$  est pris égal à  $7/5$ .

1. Représenter ce cycle dans le diagramme de Clapeyron ( $P, V$ ).
2. Déterminer l'entropie créée entre A et B. Commenter.
3. Calculer la température en C, le travail WBC et le transfert thermique QBC reçus par le gaz au cours de la transformation BC. En déduire l'entropie échangée avec le thermostat ainsi que l'entropie créée. Conclure : le cycle proposé est-il réalisable ? Le cycle inverse l'est-il ?

**I.4.2. Corrigés****Questions de compréhension :**

1. Faux//2.Vrai // 3.Vrai // 4. Faux// 5.Faux// 6.Vrai

**Exercice1**

$$dQ = C_V dT + l dV \dots\dots\dots(1)$$

$$dQ = C_P dT + h dP \dots\dots\dots (2)$$

$$dQ = \lambda dp + \mu dV \dots\dots\dots (3)$$

1) A pression constante  $dp=0$ 

$$(2) \rightarrow dQ = C_P dT$$

$$(1) \rightarrow C_P dT = C_V dT + l dV \rightarrow (C_P - C_V) dT = l dV$$

$$l = (C_P - C_V) \left( \frac{dT}{dV} \right)_p$$

$$(3) \rightarrow C_P dT = \mu dV \rightarrow \mu = C_P \left( \frac{dT}{dV} \right)_p$$

2) A volume constant  $dV=0$ 

$$(1) \rightarrow dQ = C_V dT$$

$$(2) \rightarrow dQ = C_P dT + h dP \rightarrow (C_P - C_V) dT = h dP$$

$$(3) \rightarrow dQ = \lambda dp$$

$$\implies C_V dT = \lambda dp = C_P dT + h dP \rightarrow \lambda = C_V \left( \frac{dT}{dp} \right)_V$$

$$\rightarrow h = (C_V - C_P) \left( \frac{dT}{dp} \right)_V$$

**Exercice2**

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dp}{dz} = -\rho g \text{ Loi de Pascal (1)} \\ pV = nRT \text{ Loi des gaz parfaits (2)} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} pV = nRT \text{ Loi des gaz parfaits (2)} \\ (1) \rightarrow dp = -\rho g dz \text{ (3)} \end{array} \right.$$

$$(1) \rightarrow dp = -\rho g dz \text{ (3)}$$

$$(2) \rightarrow pV = \frac{\rho V}{M} RT \rightarrow p = \frac{\rho}{M} RT \text{ (4)}$$

$$\frac{(3)}{(4)} \rightarrow \int_{p_{atm}}^p \frac{dp}{p} = - \frac{M}{\rho RT} \int_0^z dz \rightarrow \boxed{p = p_{atm} e^{-\frac{M}{\rho RT} z}}$$

**Exercice3**

Pour une détente isotherme, de 1 à 2,  $T_2 = T_1$  et donc l'équation des gaz parfaits se réduit à,  $P_2 V_2 = P_1 V_1 = m.r.T_2 = m.r. T_1 = m.r. T = K$ .

Ce qui donne :

$$V_2 / V_1 = P_1 / P_2$$

**1. La variation d'énergie interne est :**

$$\Delta U_{1-2} = U_2 - U_1 = m \cdot C_v \cdot (T_2 - T_1) = 0$$

**2. Le travail fournit par l'air lors de cette détente est :**

$$\begin{aligned} W_{1-2} &= -K \cdot \ln(V_2 / V_1) = -K \cdot \ln(P_1 / P_2) = -P_1 V_1 \cdot \ln(P_1 / P_2) \\ &= -3 \times 10^5 \times 2 \times \ln(3/2) \\ &= -243 \times 103 \text{ J} \\ &= -243 \text{ KJ} \end{aligned}$$

**3. La quantité de chaleur échangée est :**

Puisque la variation d'énergie interne  $\Delta U_{1-2} = 0$ , la quantité de chaleur échangée est égale au travail fournit.

$$Q_{1-2} = -W_{1-2} = 243 \text{ KJ}$$

**Exercice4**

**1. Variation de l'énergie interne :**

$$\Delta U_{12} = m C_v (T_2 - T_1) = m \frac{r}{\gamma - 1} (T_2 - T_1) = 1000 \cdot \frac{287.1}{1.4 - 1} (348 - 288) = 430065 \text{ kJ/h}$$

**2. Chaleur absorbée par le réchauffeur du gaz :**

Le gaz est supposé parfait

$$\Delta Q_{12} = m C_p (T_2 - T_1) = m \frac{\gamma r}{\gamma - 1} (T_2 - T_1)$$

$$\Delta Q_{12} = 1000 \cdot \frac{287.1 \cdot 1.4}{1.4 - 1} (348 - 288) = 60291 \text{ kJ/h}$$

**3. Travail fournit lors de la dilatation du gaz :**

Volume du gaz entré dans le réchauffeur :

$$V_1 = \frac{m r T_1}{p_1} = \frac{1000 \cdot 287.1 \cdot 288}{10 \cdot 10^5} = 82,685 \text{ m}^3/\text{h}$$

$$V_2 = V_1 \frac{T_2}{T_1} = 82,685 \cdot \frac{348}{288} = 99.91 \text{ m}^3/\text{h}$$

$$W_{12} = p(V_2 - V_1) = m \cdot r \cdot (T_2 - T_1) = 1000 \cdot 287.1 \cdot (348 - 288) = 17226 \text{ kJ/h}$$

**Exercice5**

**1. L'état final du gaz est l'état 3**

$$\begin{aligned} P_3 \cdot V_3 &= n \cdot R \cdot T_3 \Rightarrow n = P_3 \cdot V_3 / (R \cdot T_3) \\ &\approx 10 \cdot 10^5 \times 20 \cdot 10^{-3} / [8,32 \times (273 + 57)] \approx 7 \text{ moles} \end{aligned}$$

**2.**

$$P_1 \cdot V_1 = n \cdot R \cdot T_1 \Rightarrow V_1 = n \cdot R \cdot T_1 / P_1 \approx 7 \times 8,32 \times (273 + 27) / 1.105 \approx 182 \text{ litres.}$$

**3.**

1-2 est une transformation isotherme  $\Rightarrow T_2 = T_1 \approx 273 + 27 \approx 300 \text{ K}$

2-3 est une transformation isochore  $\Rightarrow V_2 = V_3 \approx 20$  litres

On en déduit  $P_2 = n.R.T_2/V_2$  (car gaz parfait)  $\Rightarrow$

$$P_2 \approx 7 \times 8,32 \times 300 / 20 \cdot 10^{-3} \approx 873.103 \text{ Pa } (\approx 9 \text{ bar}).$$

4.

On peut représenter les transformations dans le plan P(V) :

Ici il y a un travail de transvasement de l'air dans la bouteille grâce au travail de la pompe : en plus du travail de transvasement, la pompe effectue un travail qui comprime l'air : le travail total  $W_t$  est réalisé en  $\Delta t \approx 1$  min par la pompe. On a alors

$$P = W_t / \Delta t$$

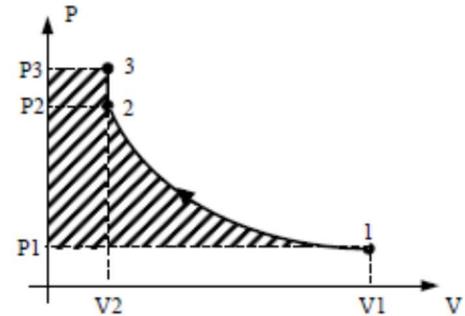
le travail de la pompe  $W_t$  correspond à la surface hachurée (voir cours n° 3).

$$\text{On a } W_t = (P_3 \times V_2) + W_{12} - P_1 \times V_1 \Leftrightarrow W_t = (P_3 \times V_2) + n.R.T_1 \times \ln(P_2/P_1) - P_1 \times V_1$$

D'où

$$p = \frac{(P_3 \cdot V_2) + n.R.T_1 \cdot \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right) - P_1 \cdot V_1}{\Delta t} \approx$$

$$\frac{(10 \cdot 10^5 \cdot 20 \cdot 10^{-3}) + 7,832 \cdot 300 \cdot \ln\left(\frac{873 \cdot 10^3}{1 \cdot 10^5}\right) - (1 \cdot 10^5 \cdot 182 \cdot 10^{-3})}{60} \approx 690 \text{ W}$$



### Exercice6

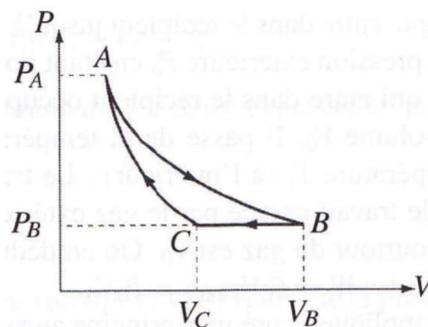
1. Représentation du cycle :

- Calculons son volume  $V_A$  :

$$V_A = \frac{nRT_A}{P_A} = 12 \text{ L}$$

- On applique de nouveau la loi des gaz parfaits avec  $T_B = T_A$  car la transformation est isotherme.

$$V_B = \frac{nRT_A}{P_B} = 25 \text{ L}$$



2. La transformation AB est une isotherme, la variation d'entropie  $\Delta S_{AB}$  est donc en fonction de T qui s'élimine, par exemple :

$$\Delta S_{AB} = n \cdot R \cdot T_A \cdot \ln \frac{P_A}{P_B} = \Delta S_{AB} = 1 \cdot 8,32 \cdot 300 \cdot \ln 2 = 1.73 \text{ KJ/K}$$

- Calculons maintenant l'entropie échangée, à partir du transfert thermique et donc du premier principe,  $\Delta U_{AB} = W_{AB} + Q_{AB}$

Comme il s'agit d'une transformation isotherme d'un gaz parfait,

$$\Delta U_{AB} = C_V \Delta T = 0 \text{ Donc } W_{AB} = -Q_{AB}$$

Calculons alors le travail échangé  $W_{AB}$  en supposant la transformation quasi-statique.

$$W_{AB} = - \int P_{\text{ext}} dV = - \int P dV = - \int nRT \frac{dV}{V} =_{\text{isotherme}} - nRT_A \int_{V_A}^{V_B} \frac{dV}{V}$$

Ce qui conduit :

$$W_{AB} = -nRT_A \ln \frac{V_B}{V_A} = nRT_A \ln \frac{P_B}{P_A}$$

$$Q = -nRT_A \ln \frac{P_B}{P_A}$$

On en déduit l'entropie échangée avec le thermostat de température  $T_0 = T_A$  au cours de la transformation AB.

$$S_{\text{éch}} = \frac{Q_{AB}}{T_0} = -nRT_0 \ln \frac{P_B}{P_A}$$

On remarque alors que  $\Delta S = S_{\text{éch}}$ , c'est-à-dire que  $S_{\text{créé}} = 0$  : la transformation AB est réversible.

3. D'après l'équation d'état du gaz parfait.

$$T_C = \frac{P_B V_C}{nR} = 250 \text{ K}$$

La transformation est isobare, donc le travail reçu s'écrit

$$W_{BC} = -P_B (V_C - V_B) = 440 \text{ J}$$

Enfin, le transfert thermique se déduit du premier principe, par exemple en termes d'enthalpie.

$$Q_{BC} = \Delta H_{BC} = C_p (T_C - T_B) \text{ D'où } Q_{BC} = \frac{nR\gamma}{\gamma-1} (T_C - T_B) = -1,6 \text{ kJ}$$

L'entropie échangée s'en déduit directement

$$S_{\text{éch,BC}} = \frac{Q_{BC}}{T_0} = -5,2 \text{ J/K}$$

Pour calculer l'entropie créée, il faut d'abord calculer la variation d'entropie du gaz entre B et C, ce qui se fait avec les expressions données. Comme la transformation est isobare, le plus astucieux est d'utiliser une expression dépendant de P puisque les termes associés se compensent. On en déduit :

$$\Delta S_{BC} = \frac{nR}{\gamma-1} \ln \frac{T_C}{T_B} = -5,7 \text{ J/K}$$

Enfin, on en déduit l'entropie créée,

$$S_{\text{créé,BC}} = \Delta S_{\text{BC}} - S_{\text{éch,BC}} = -0.5 \text{ J/K}$$

L'entropie créée au cours de l'étape BC serait donc négative, ce qui est absolument impossible. Le cycle proposé est donc irréalisable. En revanche, le cycle inverse est possible car deux transformations sont réversibles et la troisième associée à une création d'entropie, ce qui est permis par le second principe.

# CHAPITRE II

## Machines à cycles récepteurs

## II.1. Compresseurs

### II.1.1. Généralités

#### II.1.1.1. Définition

Le compresseur est dit « cœur » du circuit frigorifique ; il aspire le fluide frigorigène gazeux (sous une très basse température et basse pression) provenant de l'évaporateur, le comprime (à haute température et haute pression) et puis le refoule vers le condenseur.



Fig. II.1. Compresseur à piston

#### II.1.1.2. Principe de fonctionnement

Le compresseur est dit « cœur » du circuit frigorifique ; il aspire le fluide frigorigène gazeux (sous une très basse température et basse pression) provenant de l'évaporateur, le comprime (à haute température et haute pression) et puis le refoule vers le condenseur.

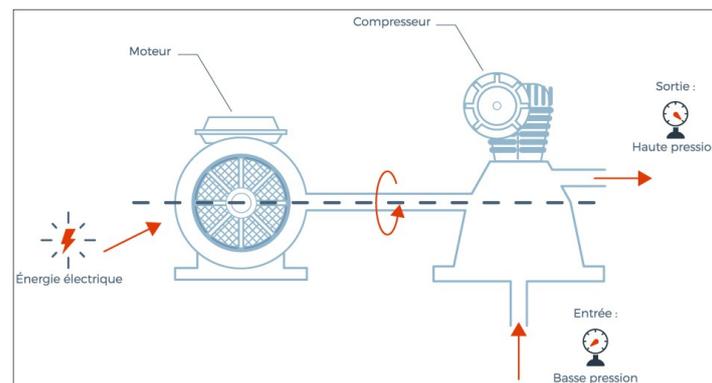


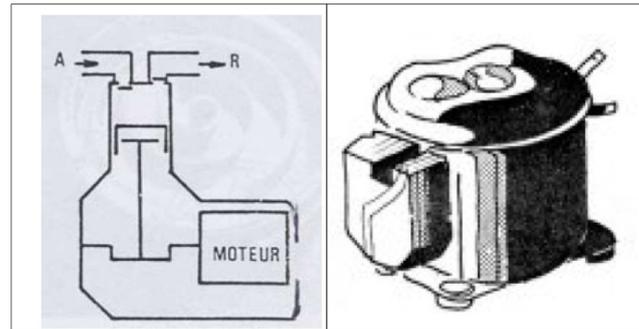
Fig. II.2. Fonctionnement de compresseur

### II.1.2. Compresseurs alternatifs :

#### II.1.2.1. Types de compresseurs alternatifs :

##### a. Compresseurs hermétiques :

Le moteur électrique et le compresseur font partie de la même enveloppe. Il s'agit de compresseurs de petite puissance destinés aux applications domestiques ou commerciales (vitrines de réfrigération, climatiseurs individuels, réfrigérateur ménager).



**Fig. II.3.** Compresseur hermétique

**Avantage :**

- Pas de problèmes d'accouplement entre le moteur et le compresseur.
- Production en grande série, donc de faible coût.
- Encombrement réduit.
- Très robustes.

**Inconvénients :**

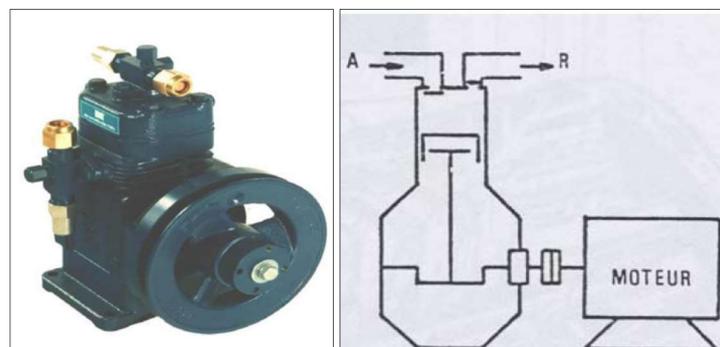
- Interventions difficiles du fait de l'enveloppe étanche
- Performances assez médiocres.
- Peu de régulation de puissance possible, à moins d'un double bobinage du moteur. Problèmes liés au fait que le bobinage est baigné par le fluide frigorigène (compatibilité chimique, problèmes d'isolement,...).

**b. Compresseurs ouverts**

Les enveloppes moteur et compresseur sont séparées (ouverts).

Une extrémité de l'arbre manivelle traverse le compresseur. On peut entièrement le démonter en vue d'une intervention de dépannage.

Le moteur et le compresseur sont logés dans un corps commun. La culasse, les flasques d'extrémités, ainsi que le fond du carter peuvent être démontés en vue de l'accès aux organes internes lors des visites d'entretien.



**Fig. II.4.** Compresseur ouvert

**Avantage :**

- Choix du mode d'entraînement
- Appareil robuste

**Inconvénients :**

- Problèmes d'étanchéités au niveau de la garniture de sortie d'arbre. Le compresseur "ouvert"

**c. Compresseurs semi-hermétiques**

Les enveloppes moteur et compresseur sont accolées (semi-hermétiques). La liaison mécanique est assurée par un arbre de transmission.

**Avantage :**

- Meilleures performances que les compresseurs hermétiques
- Intervention aisée
- Régulation en puissance plus facile
- Limitation des risques de fuites
- Vitesse de rotation des compresseurs à piston : typiquement 1400 ou 2800 t/mn. Le compresseur "semi-hermétique"

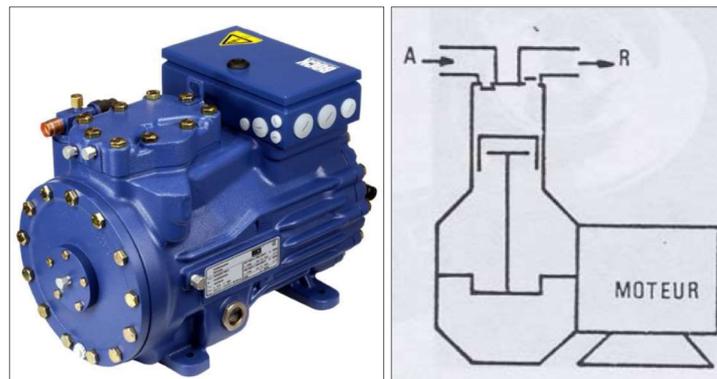


Fig. II.5. Compresseur semi-hermétique

**II.1.2.2. Compression mono-étagée**

Un compresseur mono étagé possède un ou plusieurs cylindres. Chaque cylindre comprime l'air ou vapeur pour le faire passer à la pression de service.

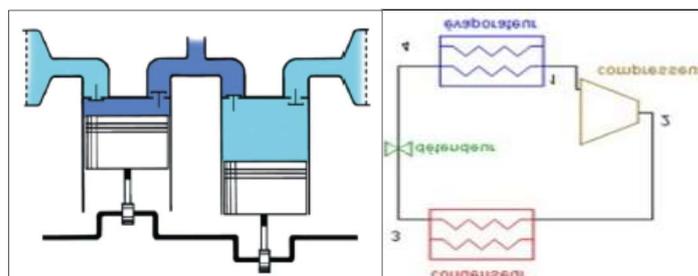
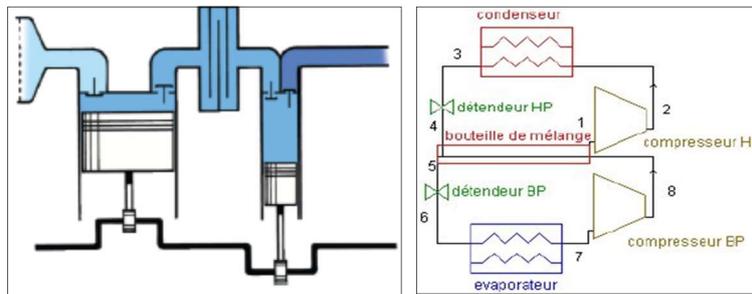


Fig. II.6. Compression mono-étagée

**II.1.2.3. Compression multi-étagée**

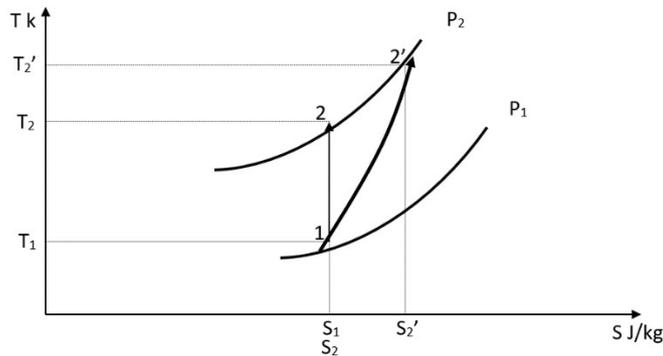
Un compresseur multi étagé possède deux cylindres ou plus connectés en série, dans lesquels l'air ou vapeur est comprimé progressivement jusqu'à la pression finale de service. Entre étapes, l'air ou vapeur comprimé est refroidi par l'air ou par l'eau. Cela permet d'améliorer l'efficacité, tout en obtenant une pression bien supérieure à celle effectuée par un compresseur mono-étagé.



**Fig. II.7.** Compression multi-étagée

**II.1.2.4. Rendement des compresseurs**

La compression polytropique est une compression réelle, l'augmentation réelle d'enthalpie est plus élevée que l'augmentation isentropique d'enthalpie.



**Fig. II.8.** Diagramme TS : compression réelle (polytropique)

Point 2' : point finale de la compression réelle

$$H_{2'} - H_1 > H_2 - H_1 \tag{II.1}$$

$$T_{2'} - T_1 > C_p (T_2 - T_1) \tag{II.2}$$

Avec ici :

$$P.V^n = Cte \tag{II.3}$$

$n$  : Exposant polytropique ( $1 < n < 1.4$ )

Le travail peut être exprimé par :

$$W_{1-2} = PdV = VdP \tag{II.4}$$

On obtient la relation :

$$W_{1-2} = P_1 V_1 \frac{n}{n-1} \left[ \left( \frac{P_2}{P_1} \right) - 1 \right]^{\frac{n}{n-1}} \quad (II.5)$$

Par conséquent :

$$W_{1-2} = rT \frac{n}{n-1} \left[ \left( \frac{P_2}{P_1} \right) - 1 \right]^{\frac{n}{n-1}} \quad (II.6)$$

De même, le travail dépend du taux de compression, de la température initial et du rendement de la compression (appelle souvent rendement isentropique) peut être s'écrit sous la forme suivante.

$$\eta_i = \frac{H_2 - H_1}{H_{2'} - H_1} \quad (II.7)$$

Ou

$$\eta_i = \frac{C_p(T_2 - T_1)}{C_p(T_{2'} - T_1)} = \frac{T_2 - T_1}{T_{2'} - T_1} \quad (II.8)$$

Le travail nécessaire de la compression est nettement inférieur à celui de la compression isentropique, donc l'apport de l'énergie est le plus faible dans les applications industrielles, il faut toujours chercher à s'approcher de la compression parfaite pour un bon refroidissement.

## II.2. Machines frigorifiques

### II.2.1. Installations frigorifiques

Une machine frigorifique est une machine thermodynamique destinée à assurer le froid d'un local ou d'un système à partir d'une source de chaleur externe dont la température est supérieure à celle du local ou du système à refroidir. C'est donc un système de froid qui transfère des calories d'un milieu à haut niveau de température vers un milieu où la température doit être inférieur.

L'écoulement naturel de la chaleur s'effectuant toujours d'un corps froid vers un corps chaud. On peut définir également la machine frigorifique comme un matériel permettant de réaliser l'écoulement de chaleur inverse du sens naturel, c'est-à-dire d'un milieu chaud vers un milieu froid. Une dépense d'énergie sera bien entendu inévitable pour réaliser ce transfert inverse. L'énergie nécessaire pour assurer le transfert doit être inférieure à l'énergie calorifique utile pour que le système ait un quelconque intérêt.

Les installations frigorifiques ou de production de froid pour l'usage domestique ou industriel (appelée aussi frigo-pompes et qui sont des installations réceptrices) ont pour but de refroidir une enceinte (ou volume) et les produits s'y trouvant à une température inférieure à la température ambiante.

1-2 : Compression

2-3 : Condensation formée

3-4 : Détente

4-1 : Evaporation

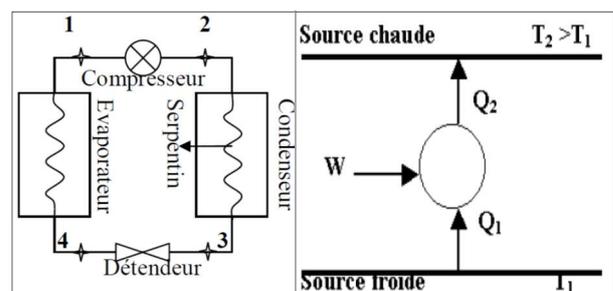


Fig. II.9. Principe des installations frigorifiques

## II.2.2. Fluides frigorigènes

Les fluides frigorigènes sont des substances ou des mélanges de substances, utilisés dans les circuits de systèmes frigorifiques tels que : des chambres froides, des réfrigérateurs, des vitrines réfrigérées. Les fluides frigorigènes ont la particularité d'avoir sous la pression atmosphérique, une température d'évaporation très faible. Cette propriété thermodynamique permet de produire du froid et du chaud.

### II.2.2.1. Types des fluides frigorigènes

#### a. CFC (Chlorofluorocarbone)

Le plus connu des CFC était le R12. ODP du R12 = 1 GWP100 du R12 = 10 900 selon IPCC 4 et 10 200 selon IPCC 5 Température d'ébullition à la pression atmosphérique :  $-29,8\text{ }^{\circ}\text{C}$ . La molécule du R12 est constituée d'un atome de carbone, de 2 atomes de chlore et de 2 atomes de fluor. La production des CFC donc du R12 a été interdite à partir du 1<sup>er</sup> janvier 1995.

#### b. HCFC (Hydrochlorofluorocarbone)

Le plus connu des HCFC est le R22. Le R22 est un fluide chloré : ODP = 0,055. GWP100 = 1 810 selon IPCC 4 et 1 760 selon IPCC 5. Température d'ébullition à la pression atmosphérique :  $-40,8\text{ }^{\circ}\text{C}$ . La molécule du R22 est constituée d'un atome de carbone, d'un atome de chlore, d'un atome d'hydrogène et de 2 atomes de fluor. L'utilisation des HCFC, donc du R22 a été interdite à partir du 1er janvier 2015.

#### c. HFC (Hydrofluorocarbone)

Le plus connu des HFC est le R134a. ODP de ce fluide : 0. GWP100 = 1 430 selon IPCC 4 et 1 300 selon IPCC 5. Température d'ébullition à la pression atmosphérique :  $-26,08\text{ }^{\circ}\text{C}$ . L'indice « a » indique que la molécule est isomérique. Constitution la molécule : 2 atomes de carbone, 2 atomes d'hydrogène et 4 atomes de fluor. Le R134a est à ce jour très utilisé, cependant, son potentiel de réchauffement étant relativement élevé (1 300), son remplacement par des fluides à faible GWP est dès à présent envisagé.

#### d. Les fluides naturels.

Ou les fluides à faible GWP Les seuls fluides naturels sont en fait l'air et l'eau. Le CO<sub>2</sub>, le propane, l'isobutane et l'ammoniac sont tous transformés chimiquement. Dire qu'ils sont naturels n'est donc pas exact, il vaut mieux les qualifier de fluides à faible GWP. Ils sont classés dans la série des R700. L'appellation normalisée est R700 auquel il faut ajouter la valeur de la masse moléculaire. Exemples :

- L'eau (H<sub>2</sub>O) = R (700 + 2 + 16) = R718
- Ammoniac (NH<sub>3</sub>) = R (700 + 14 + 3) = R717, ODP = 0, GWP100 = 0
- Le dioxyde de carbone (CO<sub>2</sub>) = R (700 + 12 + 32) = R744, ODP = 0, GWP100 = 1

#### e. Les hydrocarbures

Il s'agit de composés chimiques dont la molécule ne contient que du carbone et de l'hydrogène. Exemples :

- Le propane (R290) Température d'ébullition à la pression atmosphérique normale  $-42\text{ }^{\circ}\text{C}$ , ODP = 0, GWP = 3
- L'isobutane (R600a) ou méthylpropane Température d'ébullition à la pression atmosphérique normale :  $-11,7\text{ }^{\circ}\text{C}$  ODP = 0 GWP = 3. Ces fluides étant très inflammables, leur utilisation est limitée aux petites puissances, par exemple le froid

domestique et dans les équipements hermétiques scellés. Par ailleurs, la manipulation de ces fluides demande une formation spécifique

### II.2.2.2. Impact environnemental

Les impacts environnementaux liés aux fluides frigorigènes reposent sur deux phénomènes :

- Destruction de la couche d'ozone
- Réchauffement de la planète

#### a. Destruction de la couche d'ozone

L'ozone est une forme d'oxygène constituée de trois atomes au lieu de deux. C'est un gaz instable et il est particulièrement vulnérable aux attaques des composés naturels contenant de l'hydrogène, de l'azote et du chlore. L'ozone situé dans la stratosphère (région située entre 11 et 48 km au-dessus de la surface de la terre) est aussi indispensable à la vie que l'oxygène. Il forme en effet un bouclier certes d'une extrême minceur mais d'une remarquable efficacité car il parvient à filtrer la quasi-totalité de tous les rayons ultra-violet nuisibles du soleil (absorption de la plupart des rayons UV B). La formation et la destruction de la couche d'ozone est un processus cyclique et naturel suivant les réactions suivantes :

$UV + O_3 \rightarrow O_2 + O$  (Destruction de la couche d'ozone) – UV : Ultra-Violet –  $O_3$  : Ozone

$O_2 + O \rightarrow O_3$  (Formation Ozone)

En effet, les UV agissent sur les molécules de certains fluides (principalement les CFC et dans une moindre mesure les HCFC) pour libérer les atomes de chlore et ce sont ces atomes qui vont réagir avec l'ozone pour la détruire suivant une réaction en chaîne :

Cas du CFC R12 ( $CF_2Cl_2$ )

$UV + CF_2Cl_2 \rightarrow Cl + CF_2Cl + O$

(Libération atome de chlore du CFC R12)

$Cl + O_3 \rightarrow ClO + O_2$

(Réaction du chlore libéré avec l'Ozone : Destruction Ozone)

$Cl + O \rightarrow Cl + O_2$  (Réaction du ClO avec O et libération d'un atome de chlore à nouveau...)

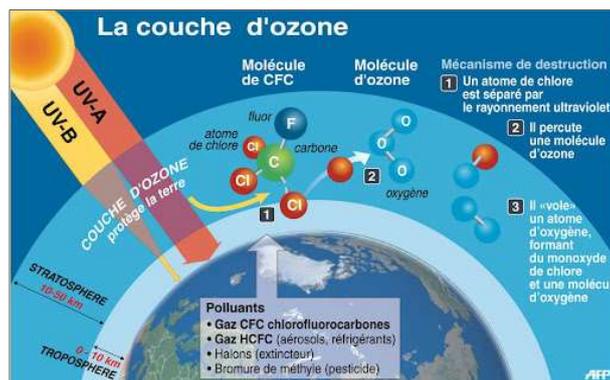


Fig. II.10. Destruction de la couche d'Ozone

#### b. Réchauffement de la planète (effet de serre)

La température de la terre est maintenue par un équilibre entre l'effet réchauffant émanant du rayonnement solaire venant de l'espace et l'effet refroidissant des rayons infrarouges émis par la surface chaude de l'écorce terrestre et l'atmosphère qui remontent vers l'espace.

Le rayonnement solaire sous forme de lumière visible qui atteint la terre se divise en plusieurs parties : - une partie est absorbée par l'atmosphère

- une partie est réfléchiée par les nuages et le sol (tout particulièrement le désert et la neige) le reste est absorbée par la surface qui est réchauffée et qui à son tour réchauffe l'atmosphère, la surface réchauffée et l'atmosphère de la terre émettent des rayons infrarouges (IR) de grandes longueurs d'onde.
- Une partie des rayons IR de grande longueur d'onde renvoyées est absorbée dans l'atmosphère par certains gaz ralentissant ainsi les dégagements des rayonnements refroidissant et réchauffant ainsi la surface de la terre, il s'agit de l'effet de serre qui un phénomène naturel sans lequel la vie sur terre serait invivable avec une température moyenne de  $-18^{\circ}\text{C}$  contre  $+15^{\circ}\text{C}$  actuellement à la surface du globe terrestre.

Les gaz présents dans l'atmosphère et qui absorbent une partie de ce rayonnement IR sont appelés gaz à effet de serre. Il s'agit principalement du  $\text{CO}_2$ , de la vapeur d'eau, du méthane ( $\text{CH}_4$ ) et de l'oxyde nitreux ( $\text{N}_2\text{O}$ ) et des fluides frigorigènes rejetés dans l'atmosphère (principalement les CFC).

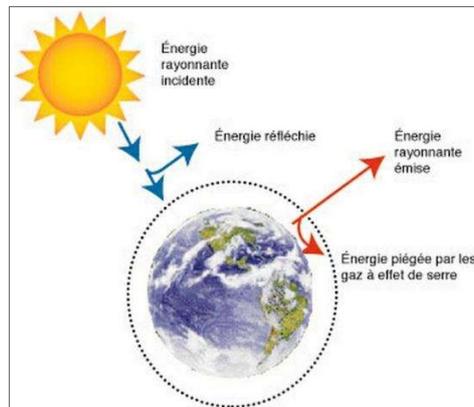


Fig. II.11. Réchauffement de la terre (effet de serre)

### II.2.3. Performances d'une installation frigorifique

Le coefficient de performance (COP) est défini par le rapport de la quantité de chaleur absorbée par l'évaporateur sur la quantité de chaleur fournie au générateur plus le travail de la pompe de solution.

Pour un système frigorifique ditherme<sup>(1)</sup>, consommant une énergie mécanique, ou équivalente,  $W$ , en absorbant une quantité de chaleur  $Q_f$  dans la source froide à la température  $T_f$  et en cédant une quantité de chaleur  $Q_c$  au puits chaud à la température  $T_c$ , le coefficient de performance du système est, dans ce cas de :

✓ **Production du froid (machine frigorifique) :**

$$\text{COP}_{\text{MF}} = \frac{|Q_f|}{|Q_c - Q_f|} \text{ et } (\text{COP}_{\text{MF}})_{\text{théo}} = \frac{T_f}{T_c - T_f} \quad (\text{II.9})$$

Car :  $Q_f = T_f \Delta S_f$ ;  $Q_c = T_c \Delta S_c$  et  $\Delta S_f = \Delta S_c$  (isentropique)

✓ **Production de la chaleur (pompe à chaleur) :**

$$\text{COP}_{\text{PC}} = \frac{|Q_c|}{|Q_c - Q_f|} \text{ et } (\text{COP}_{\text{PC}})_{\text{théo}} = \frac{T_c}{T_c - T_f} \quad (\text{II.10})$$

Le coefficient de performance des systèmes réels les plus efficaces sont compris entre 50 et 70 % de celui des systèmes idéaux fonctionnant entre les mêmes températures, ceci dans le domaine des températures usuelles.

**II.2.4. Cycles de réfrigération**

Le but d'une installation de réfrigération est de retirer une quantité de chaleur d'un volume dans lequel on désire maintenir une température inférieure à la température ambiante. Cette chaleur devra, à son tour, être évacuée à l'extérieur du système. Pour ce faire, on utilise une propriété physique des fluides, à savoir que la température d'ébullition varie avec la pression et celle, plus particulière des fluides réfrigérants, pour laquelle la température d'ébullition est inférieure à la température ambiante (voir Fig.2.9).

Le cycle frigorifique de référence (cycle pratique) est un compromis qui permet d'effectuer l'étude et le dimensionnement des machines frigorifiques avec une précision acceptable.

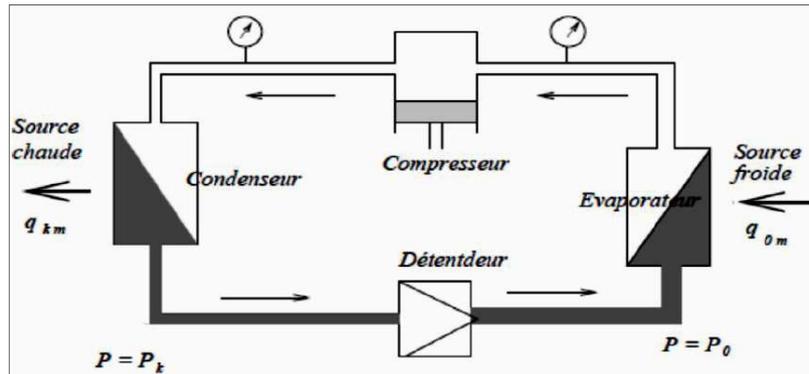


Fig. II.12. Cycle frigorifique

**II.2.4.1. Cycles frigorifiques avec compression à vapeur**

**II.2.4.1.1. Cycle de base (cycle de Carnot)**

Pour un cycle réversible :

$$\Delta S = \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0 \quad (\text{Second principe})$$

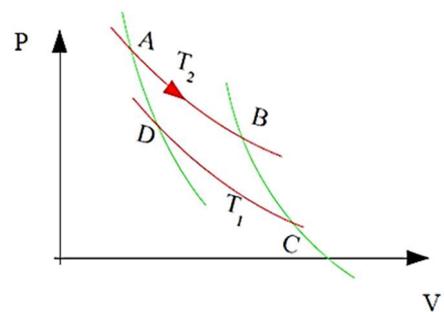


Fig.2.13. Diagramme P-V

$$\Delta U = 0 \quad (\text{Cycle fermé})$$

$$U_A - U_A = (U_A - U_D) + (U_D - U_C) + (U_C - U_B) + (U_B - U_A) = 0 \quad (\text{II.11})$$

$$U_i - U_j = Q_{ji} + W_{ji} = 0$$

$$Q_{AB} + Q_{CD} + W_{ij} = 0$$

$$Q_1 + Q_2 + W = 0$$

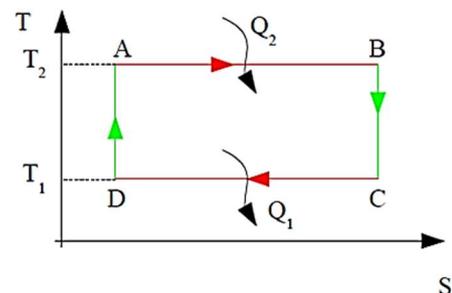


Fig.2.14. Diagramme T-S

Rendement d'un cycle récepteur (réfrigérateur)

$$\xi = \frac{Q_2}{W} = \frac{Q_2}{-Q_1 - Q_2} = \frac{Q_2}{-Q_1 + Q_1 \frac{T_2}{T_1}} = \frac{T_2}{T_2 - T_1} \quad (II.12)$$

$$\xi = \frac{T_2}{T_1 - T_2} \text{ (cycle réversible)}$$

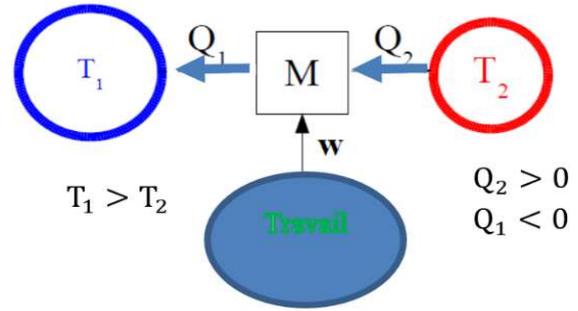


Fig. II.15. Schémas simplifié de réfrigérateur

### II.2.4.1.2. Cycles frigorifiques à compression mono-étagée

La production du froid ne se distingue pas de la production de chaleur uniquement en termes d'échelle de température ou en termes de signe de la quantité de chaleur échangée. En effet, on ne peut pas dire que la production du froid est simplement une production de chaleur négative à basse température. La distinction principale vient de l'existence du second principe de la thermodynamique qui, selon l'énoncé de Clausius, postule « qu'il ne peut pas s'effectuer, sans compensation, un passage de chaleur d'un corps froid à un corps plus chaud » alors qu'il peut tout à fait, sans compensation, s'effectuer un passage de chaleur d'un corps chaud vers un corps moins chaud. On peut donc définir la production de froid comme la mise en œuvre d'une suite de transformations thermodynamiques. Ces transformations sont subies par une substance active (le frigorigène), qui prélève de la chaleur à la source froide, en rejette dans la source chaude et à laquelle on doit apporter de l'énergie en compensation.

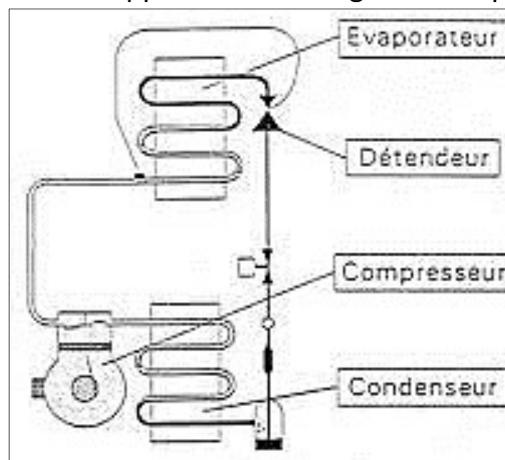


Fig. II.16. Réfrigérateur à compression mono-étagée

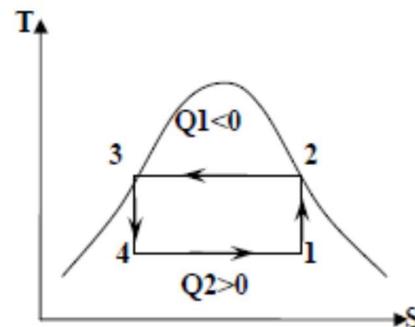
#### a. Cycle idéal (réversible)

- (1-2) Compression isentropique :  $W_C = H_2 - H_1$
- (2-3) Condensation isobare :

$$Q_{1rev} = H_3 - H_2 = T_1(S_3 - S_2)$$

- (3-4) Détente isentropique (laminage) :  $W_D = 0$
- (4-1) Évaporation isobare :

$$Q_{2rev} = H_1 - H_4 = T_2(S_1 - S_4)$$

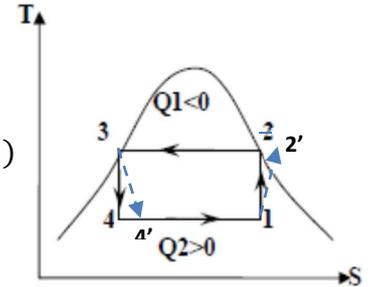


$$COP_{rév} = \frac{Q_{2rév}}{|W_{rév}|} = \frac{Q_{2rév}}{|Q_{2rév} - Q_{1rév}|} = \frac{H_1 - H_4}{|(H_1 - H_4) - (H_3 - H_2)|} = 1 + \frac{H_1 - H_4}{H_3 - H_2} \quad (II.13)$$

$$COP_{rév} = \frac{T_2}{T_1 - T_2} \quad \text{Pour un cycle de Carnot } (\Delta S_{14} = \Delta S_{32}) \quad (II.14)$$

**b. Cycle réel (irréversible)**

- (1-2') Compression réelle :  $W_{C'} = H_{2'} - H_1$
- (2'-3) Condensation isobare :  $Q_{1irrév} = H_3 - H_{2'} = T_1(S_3 - S_{2'})$
- (3-4') Détente isentropique (laminage) :  $W_D = W_{34'} = 0$
- (4'-1) Evaporation isobare :  $Q_{2irrév} = H_1 - H_{4'} = T_2(S_1 - S_{4'})$

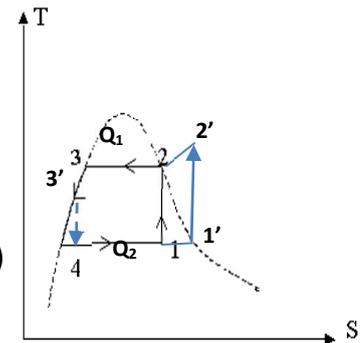


$$COP_{irrév} = \frac{Q_{2irrév}}{|W_{irrév}|} = \frac{Q_{2irrév}}{|Q_{2irrév} - Q_{1irrév}|} = \frac{H_1 - H_{4'}}{|(H_1 - H_{4'}) - (H_3 - H_{2'})|} = 1 + \frac{H_1 - H_{4'}}{H_3 - H_{2'}} \quad (II.15)$$

$$\begin{cases} W_{irrév} > W_{rév} \\ Q_{2irrév} < Q_{2rév} \\ Q_{1irrév} > Q_{1rév} \end{cases}$$

**c. Cycle idéale à refroidissement après condensation (sous refroidissement)**

- (1'-2') Compression :  $W_{C'} = H_{2'} - H_{1'}$
- (2'-3) Condensation isobare :  $Q_1 = H_3 - H_{2'} = T_{2'}(S_3 - S_{2'})$
- (3-3') Sous refroidissement isobare :  $m \cdot c_p \cdot (T_{3'} - T_3)$
- (3'-4) Détente isentropique (laminage) :  $W_D = W_{34'} = 0$
- (4-1') Evaporation isobare :  $Q_2 = H_{1'} - H_4 = T_{1'}(S_{1'} - S_4)$



$$COP = \frac{Q_2}{|W_C|} = \frac{H_{1'} - H_4}{H_{2'} - H_{1'}} = 1 + \frac{T_{1'}(S_{1'} - S_4)}{H_{2'} - H_{1'}} \quad (II.16)$$

**II.2.4.1.3. Cycles frigorifique à compression bi-étagée**

- Pour certaines utilisations telles que la production de froid à basse température, on peut être amené à adopter des températures d'évaporation et de condensation très éloignées. Le taux de compression de la machine frigorifique est alors très élevé.
- La diminution de la production frigorifique massique due à l'augmentation du litre en vapeur donc.
- la baisse de la température d'évaporation et l'augmentation du taux de compression ont pour conséquence une élévation importante de la température des vapeurs refoulées.
- Le simple fait de fractionner la compression ne permet pas de limiter la température des vapeurs refoulées : il faut de plus mettre en œuvre un système de refroidissement des vapeurs pendant la compression. Ce refroidissement s'effectue entre les deux compresseurs, a la pression intermédiaire. Le cycle bi étagé le plus simple.
- Le refroidissement des vapeurs dans ce cycle peut être réalisé de deux façons :
  - ✓ Cycle à injection totale.
  - ✓ Cycle à injection partielle.

a. Cycle à injection totale :

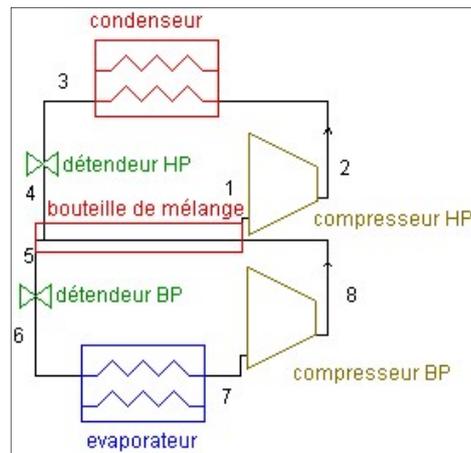


Fig. II.17. Schémas de réfrigérateur à compression bi-étagée (injection totale)

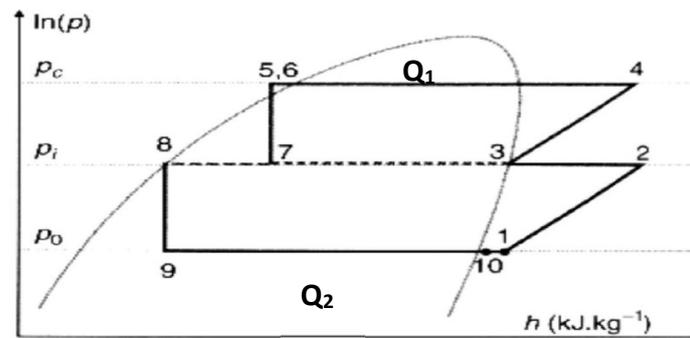


Fig. II.18. Cycle frigorifique à compression bi-étagée (injection totale)

- 1-2 : compression des vapeurs de  $P_0$  à  $P_i$ .
  - 2-3 : désurchauffe des vapeurs refoulées dans la bouteille intermédiaire. Cette désurchauffe est assurée par la vaporisation d'une faible fraction du liquide contenu dans la bouteille.
  - 3-4 : compression des vapeurs de  $P_i$  à  $P_c$ . Notons que le point 3 peut aussi correspondre à des vapeurs surchauffées (selon la qualité de l'isolation thermique).
  - 4-5 : désurchauffe, condensation  $P_c$ , et sous refroidissement du liquide forme.
  - 5-6 : sous refroidissement et pertes de charge éventuelles dans la conduite liquide.
  - 6-7 : détente isenthalpique du liquide de  $P_c$  à  $P_i$ .
  - 7-8 : séparation du liquide dans la bouteille intermédiaire.
  - 8-9 : détente du liquide saturant de  $P_i$  à  $P_0$
  - 9-10 : vaporisation sous la pression  $P_0$ .
  - 10-1 : surchauffe et chutes de pression éventuelles dans la tuyauterie d'aspiration.
  - 7-3 : séparation des vapeurs dans la bouteille intermédiaire ; aspiration par le compresseur HP.
- On suppose que la pression intermédiaire est déjà fixée ; son choix sera traité ultérieurement. Le choix des autres grandeurs internes est réalisé de la même façon que pour les cycles mono étagés.

• Débit massique des vapeurs aspirées par le compresseur BP :

$$\phi_B = \frac{Q_2}{H_{10} - H_9} \quad (\text{II.17})$$

• **Débit massique des vapeurs aspirées par le compresseur HP :**

On déduit ce dernier d'un bilan enthalpique sur la bouteille séparatrice :

$$\phi_B \cdot H_2 - \phi_H \cdot H_3 + \phi_H \cdot H_6 - \phi_B \cdot H_8 + Q_{bt} = 0 \tag{II.18}$$

$Q_{bt}$  : Puissance thermique reçue par la bouteille intermédiaire (pertes par l'isolation).

$$\phi_H = \phi_B \cdot \frac{H_2 - H_8}{H_3 - H_6} + \frac{Q_{bt}}{H_3 - H_6} \tag{II.19}$$

Si les pertes dans la bouteille intermédiaire sont négligées)

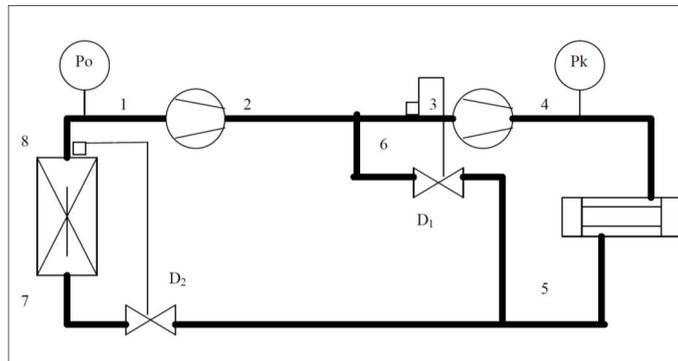
$$\phi_H = \phi_B \cdot \frac{H_2 - H_8}{H_3 - H_6} \tag{II.20}$$

Le coefficient de performance  $COP$  de l'installation s'exprime par :

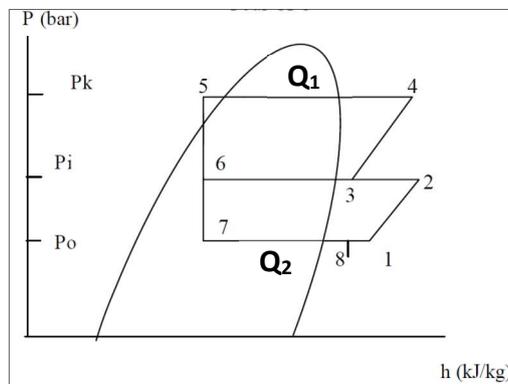
$$COP = \frac{Q_2}{W_H + W_B} \tag{II.21}$$

**b. Cycle à injection partielle :**

Le détendeur **BP** n'est plus alimenté à partir de la bouteille intermédiaire sous la pression  $P_0$ , mais par du liquide à la pression  $P_k$ . Cependant, avec du liquide pris directement à la sortie du condenseur, la production frigorifique massique serait trop faible. Pour augmenter cette grandeur, on augmente le sous refroidissement du débit massique **BP** grâce à un échangeur sous refroidisseur placé dans le liquide contenu dans la bouteille intermédiaire.



**Fig. II.19.** Cycle frigorifique à compression bi-étagée (injection partielle)



**Fig. II.20.** Cycle frigorifique à compression bi-étagée (injection partielle)

Contrairement au cas d'injection totale, la détente du débit massique alimentant l'évaporateur n'est pas fractionnée : il s'agit d'une détente mono étagée entre  $p_k$  et  $p_0$ .

Le débit masse **HP** augmente lui aussi ; en effet, si l'on néglige les pertes thermiques par l'isolation, le rapport des deux débits s'exprime par la relation :

$$\phi_H = \phi_B \cdot \frac{H_2 - H_8}{H_3 - H_6} \quad (\text{II.22})$$

Le COP d'une installation à injection partielle est plus faible que celui d'une installation équivalente à injection totale. Cette dégradation est imputable à l'échange thermique dans la bouteille à pression intermédiaire, qui introduit une irréversibilité supplémentaire.

## II.2.5. Puissance thermique

### II.2.5.1. Puissance thermique de l'évaporateur

Si le bilan général est établi pour 24 heures, il est évident que pour des raisons de bonne tenue et de longévité du matériel la moindre baisse de rendement ou un arrêt accidentel de la machine mettrait en cause la production frigorifique journalière.

La puissance frigorifique de la machine est donc calculée sur un temps moyen de fonctionnement compris entre 14 et 20 heures.

La puissance frigorifique nécessaire à l'évaporateur sera donc dans ces conditions, en appelant **t** le temps de fonctionnement de la machine frigorifique exprime en secondes :

$$P_E = \frac{Q_T}{t} \text{ (KW)} \quad (\text{II.23})$$

$Q_T$  : Bilan total des quantités de chaleur ; t : Temps de fonctionnement

Si on néglige les pertes de charges dans l'installation :

$$P_E = \frac{Q_2}{t} \text{ (KW)} \quad (\text{II.24})$$

$Q_2$ : Quantité de chaleur extraite de la source froide dans l'évaporateur.

### II.2.5.2. Puissance thermique de compresseur

Si le compresseur alimente uniquement l'installation frigorifique dont on vient d'effectuer le calcul du bilan thermique, la puissance frigorifique de l'évaporateur est égale à la puissance frigorifique utile du compresseur dans les conditions 00 et 0k correspondant aux températures d'évaporation et de condensation particulière à l'installation.

$$P_C = P_E \frac{\Delta H_C}{\Delta H_E} \text{ (KW)} \quad (\text{II.25})$$

Avec  $\Delta H_E$  la variation d'enthalpie entre la sortie et l'entrée de l'évaporateur, en kJ/kg, et  $\Delta H_C$  la variation d'enthalpie entre l'entrée de l'évaporateur et l'aspiration du compresseur, en kJ/kg.

## II.2.6. Choix et dimensionnement d'une installation frigorifique

### II.2.6.1. Choix de l'évaporateur

- Type de produit à refroidir ou à conserver
- Ecart des ailettes
- Matériaux utilisés
- Type d'évaporateur et implémentation
- Pression disponible
- Bruit acoustique

### II.2.6.2. Choix de compresseur

Le dimensionnement courant du compresseur pour une installation de froid alimentaire est naturellement conditionné par :

- la puissance frigorifique à fournir
- le type de fluide réfrigérant ;
- la température nécessaire à l'application au niveau de l'évaporateur (froid positif ou négatif, type de denrées à conserver, ...) et ce, dans des conditions optimales
- la température extrême qu'il peut régner au niveau du condenseur (température de l'air ou de l'eau selon le type de condenseur).

### II.2.6.3. Choix de détendeur

- un coût d'investissement faible
- une très bonne fiabilité
- un réglage relativement simple
- un coût de maintenance également plus faible
- ne travaille correctement qu'à des  $\Delta p$  faibles en réduisant le taux de remplissage de l'évaporateur
- sa régulation n'est pas très fine par rapport à celle des détendeurs électroniques
- précision limitée dans la mesure de la surchauffe

### II.2.6.4. Choix de condenseur

- Type de fluide caloporteur à disposition (air, eau douce, eau de mer)
- Puissance calorifique à rejeter
- Températures nominales de condensation et du fluide caloporteur, le sous-refroidissement estimé ou demandé
- Type de technologie que l'on veut ou que l'on peut employer contraintes d'encombrement, sonores et environnementales

## II.3. Pompes à chaleur

### II.3.1. Principe de fonctionnement

Le principe est simple : absorber de l'énergie thermique (chaleur) de l'extérieur de la maison pour la rejeter à l'intérieur de la maison (d'où son nom). Il s'agit donc simplement d'un réfrigérateur ouvert sur l'extérieur et dont la grille arrière est placée dans notre appartement.

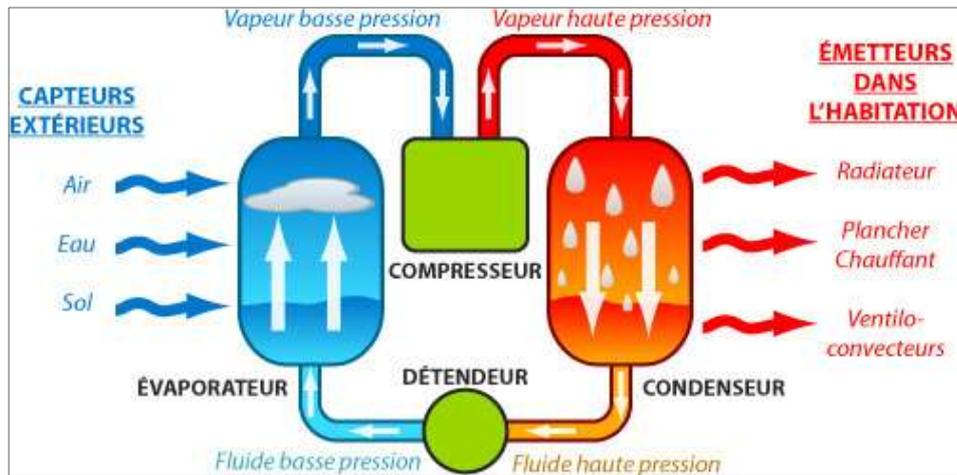


Fig.2.20. Principe de fonctionnement de la pompe à chaleur

La pompe à chaleur absorbe donc la chaleur  $Q_2$  de l'extérieur et c'est la grille chaude du réfrigérateur qui chauffe la pièce. Dans ce cas c'est la chaleur  $Q_1$  restituée à l'air ambiant qui nous intéresse, et l'efficacité est donc définie par :

$$COP = \left| \frac{Q_1}{W} \right| \quad (II.26)$$

On démontre alors que pour le cycle de Carnot (cycle ditherme réversible) on obtient :

$$COP_{max} = \frac{T_1}{T_1 - T_2} \quad (II.27)$$

## II.4. Applications et Corrigés

### II.4.1. Applications

#### Exercices1

Système de climatisation équipé en fluide R134a avec :

- Température de sortie compresseur (compression isentropique) : + 62°C
- Température d'entrée compresseur : -10°C
- Température de sortie condenseur (condensation isobare) : + 41°C
- Pression d'aspiration : 2 bars (absolue)
- Pression de refoulement : 16 bars (absolue).

A la sortie du condenseur, le fluide est juste saturé (100% liquide). La détente est isenthalpique. Dans notre cas, on obtient un mélange 40% vapeur et 60% liquide en sortie détendeur

- 1-Tracer le digramme enthalpique.
- 2-Calculer l'efficacité frigorifique et calorifique

#### Exercice2

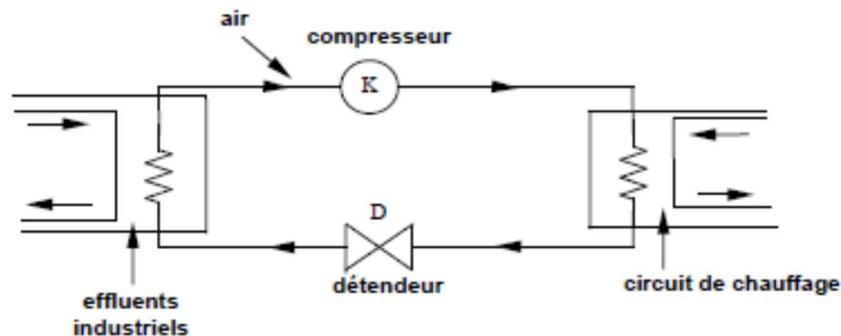
A l'aide du diagramme du R134a, déterminer le bilan d'une installation frigorifique. Cela concerne l'évolution de 1 kg de fluide frigorigène. Une installation fonctionnant au R134a fonctionne aux conditions suivantes :

$T_{\text{comp}} = -5^\circ\text{C}$ ,  $T_{\text{scomp}} = +42^\circ\text{C}$ ,  $T_{\text{scond}} = +30^\circ\text{C}$ ,  $T_{\text{eevap}} = -12^\circ\text{C}$ .

#### Exercice3

On s'intéresse à une pompe à chaleur qui participe au chauffage de locaux, en prélevant de la chaleur aux effluents liquides à température élevée d'une installation industrielle, avant leur rejet dans une rivière qui recevra des effluents à température plus faible.

L'installation représentée ci-dessous comporte : un compresseur, un détendeur et deux serpentins qui sont le siège des échanges thermiques, avec les effluents d'une part, et avec l'eau d'un circuit de chauffage d'autre part.



**Fig.2.21.** Circuit de chauffage

1-2 : dans le compresseur : compression adiabatique, la pression passant de  $p_1 = 10^5$  Pa à  $p_2 = 2 \times 10^5$  Pa et la température passant de  $T_1 = 310$  K à  $T_2$ .

2-3 : dans le serpentin au contact du circuit de chauffage ( $V_3 < V_2$ ) : refroidissement isobare, la température passant de  $T_2$  à  $T_3 = 330$  K.

3-4 : dans le détendeur : détente adiabatique, la pression passant de  $p_3 = p_2$  à  $p_4 = p_1$ , la température passant de  $T_3$  à  $T_4 = 271$  K.

4-1 : dans un serpentin plongé dans les effluents industriels : échauffement isobare jusqu'à la température  $T_1$ .

On donne :

Constante du gaz parfait :  $R = 8,32 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

Capacité thermique massique de l'air à pression constante :  $c_p = 1\,000 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

Rapport des capacités thermiques massiques de l'air, à pression constante et à volume constant

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v}$$

- On rappelle que lors de la transformation adiabatique réversible d'un gaz parfait :  $pV^\gamma = \text{cte}$

1) Représenter l'allure du cycle décrit par l'air sur un diagramme de Clapeyron ( $p, V$ ). Indiquer par des flèches le sens des transformations.

2) Montrer que  $T_2 = 378$  K.

3) Calculer les quantités de chaleur échangées par une masse de 1 kg d'air au cours de chacune des 4 transformations.

4) Quelle est la variation de l'énergie interne de l'air qui décrit le cycle ? Énoncer le premier principe de la thermodynamique pour un cycle.

5) En déduire le travail  $W$  reçu par la masse de 1 kilogramme d'air, au cours du cycle.

6) On désigne par  $COP_C$  l'efficacité de la pompe à chaleur, c'est-à-dire le rapport de la quantité de chaleur reçue par la source chaude et du travail reçu par l'air, au cours d'un cycle. Calculer  $COP_C$

#### **Exercice4**

Une pompe à chaleur fonctionne entre deux sources : une nappe souterraine qui constitue la source froide et l'eau du circuit de chauffage qui constitue la source chaude.

Le fluide utilisé dans cette pompe à chaleur est de l'air assimilable à un gaz parfait de constante  $R = 8,32 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$ , de capacité thermique molaire à pression constante  $C_p = 29,1 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$ . Le rapport des capacités thermiques molaires à pression constante  $C_p$  et à volume constant  $C_v$  vaut  $\gamma = 1,4$ .

L'air de la pompe à chaleur décrit le cycle de transformations réversibles suivant :

- Passage de l'état initial A, à l'état B par une compression adiabatique dans un compresseur.

État A : pression :  $P_A = 1,0 \times 10^5 \text{ Pa}$ , volume  $V_A$ , température  $T_A = 298 \text{ K}$  ;

État B : pression :  $P_B = 2,2 \times 10^5 \text{ Pa}$ , volume  $V_B$ , température  $T_B$ .

- Passage de l'état B à l'état C par une transformation isobare pendant laquelle l'air reçoit de la source chaude une quantité de chaleur  $Q_1$ .

État C : pression  $P_C = P_B$ , température  $T_C = 340 \text{ K}$

- Passage de l'état C à l'état D par une détente adiabatique.

État D : pression  $P_D = P_A$ , température  $T_D$

- Passage de l'état D à l'état A par une transformation isobare pendant laquelle l'air reçoit de la source froide une quantité de chaleur  $Q_2$ . On effectuera les calculs relatifs à une mole d'air.

1 - Placer les points B, C, D sur la figure a du document-réponse.

2 - Calculer les volumes  $V_A$  et  $V_B$ .

3 - Calculer les températures  $T_B$  et  $T_D$ .

4 - Pour chaque cycle décrit par une mole d'air, calculer :

4.1 - les quantités de chaleur  $Q_1$  et  $Q_2$ ,

4.2 - le travail  $W$  reçu au cours de la totalité du cycle.

5 - L'efficacité  $\epsilon$  de la pompe à chaleur est le rapport de la quantité de chaleur reçue par la source chaude au cours d'un cycle décrit par l'air, et du travail reçu par l'air au cours de ce même cycle.

5.1 - Exprimer  $\epsilon$  en fonction de  $Q_1$  et  $W$ . Calculer sa valeur.

**II.4 - Justifier le choix de cette définition.**

### II.4.2. Corrigées

#### Exercice1

Pour le traçage il suffit de déterminer les points sur ce diagramme représentant les transformations :

#### 1. Compression isentropique : [1-2]

Le travail dépensé par le compresseur

$$W_c = H_2 - H_1 = 432.58 - 391.32 = 35.2 \text{ kJ/kg}$$

#### 2. Désurchauffe isobare [2-2']

$$Q_1' = H_2' - H_2 = 426.54 - 432.58 = -6.02 \text{ kJ/kg}$$

#### 3. Condensation isobare : [2'-3] ----- (vapeur/liquide) à $T_{\text{econd}} = T_2 = 620\text{C}$

Chaleur cédée à la source chaude

$$Q_1 = H_2' - H_3 = 426.54 - 290.68 = -135.86 \text{ kJ/kg}$$

#### 4. Sous refroidissement [3-3'] $T_{\text{refroi}}$ de $62^\circ\text{C}$ à $41^\circ\text{C}$

$$Q'' = 257.74 - 290.68 = -32.94 \text{ kJ/kg}$$

#### 5. Détente : [3'-4] ----- transformation isentropique

Le travail dépensé par le compresseur

$$W_d = 0 \text{ laminage}$$

#### 6. Evaporation : [4-1] ----- transformation isobare (liquide/vapeur)

Chaleur soustraite à la source froide

$$Q_2 = H_1 - H_4 = 391.32 - 257.74 = 133.58 \text{ kJ/kg}$$

#### L'efficacité frigorifique (performance frigorifique)

En fonction du travail de compression, on trouve :

$$COP_F = \frac{Q_2}{W_c} = \frac{133.58}{35.2} = 3.79$$

En fonction du travail de compression, on trouve :

$$COP_F = \frac{Q_2}{|Q_1| - |Q_2|} = \frac{133.58}{(135.86 + 32.94 + 6.02) - 133.58} = 3.25$$

L'efficacité frigorifique peut être améliorée par surchauffer la vapeur à l'entrée du compresseur faisant :

$$\frac{133.58}{(135.86 + 32.94 + 6.02) - 133.58 + X} = 3.79$$

$$A = Wc' - Wc = 41.24 - 35.2 = 6.04 \text{ kJ/kg}$$

Qui donne  $T = 10^\circ\text{C}$  à l'entrée du compresseur au lieu de  $10^\circ\text{C}$  en utilisant le diagramme pression-enthalpie du réfrigérant R134a (voir diagramme thermodynamique de l'ammoniac en annexe).

**L'efficacité calorifique (performance calorifique) :**

$$COP_c = \frac{Q_1}{W_c} = \frac{174.82}{35.2} = 4.95$$

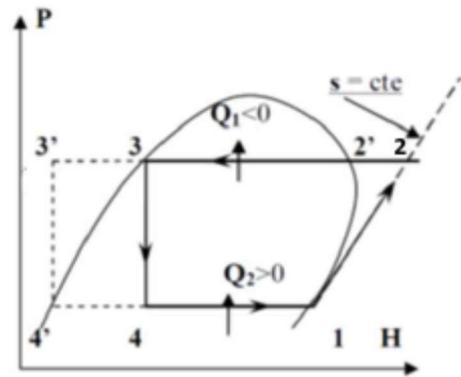


Fig.2.22. diagramme thermodynamique

### Exercice2

**Bilan énergétique d'un cycle :**

En utilisant le diagramme pression-enthalpie du fluide frigorigène R134a on trouve :

**Bilan du compresseur : le travail de compression.**

$$W_c = H_2 - H_1 = (436 - 398) = 38 \text{ kJ/kg}.$$

**Désurchauffe des vapeurs sèches au refoulement** (évacuation de la chaleur sensible de la vapeur).

$$Q \text{ désurchauffe} = H_3 - H_2 = (418 - 436) = -18 \text{ kJ/kg}.$$

**Bilan du condenseur :**

C'est l'enthalpie massique de changement d'état au condenseur (quantité de chaleur latente évacuée par 1 kg de fluide qui se condense).

$$Q_1 = H_4 - H_3 = 260 - 418 = -158 \text{ kJ/kg}.$$

**Sous-refroidissement du liquide dans le condenseur et la ligne liquide** (évacuation de la chaleur sensible du liquide).

$$H_5 - H_4 = (240 - 260) = -20 \text{ kJ/kg}.$$

**Bilan du détendeur :** La détente du fluide frigorigène a lieu sans échange d'énergie avec le milieu extérieur.

$$H_6 - H_5 = (240 - 240) = 0 \text{ kJ/kg}.$$

**Bilan de l'évaporateur :** C'est l'enthalpie massique de changement d'état à l'évaporateur. (Quantité de chaleur latente absorbée par 1 kg de fluide qui s'évapore).

$$Q_2 = H_7 - H_6 = (390 - 240) = 150 \text{ kJ/kg}.$$

**Surchauffe de la vapeur sèche dans l'évaporateur et dans la conduite d'aspiration** (gain de chaleur sensible de la vapeur).

$$H_1 - H_7 = (398 - 390) = 8 \text{ kJ/kg}.$$

**Bilan de l'installation :** Gains et pertes

$$\Delta U = [(h_6 - h_4) + (h_7 - h_6) + (h_1 - h_7)] - [(h_2 - h_1) + (h_3 - h_2) + (h_4 - h_3)]$$

$$\Delta U = [150 + 8 + 38] - [-18 - 158 - 20] = 196 - 196 = 0 \text{ kJ/kg}.$$

**Facteur de performance frigorifique ( $COP_F$ )**

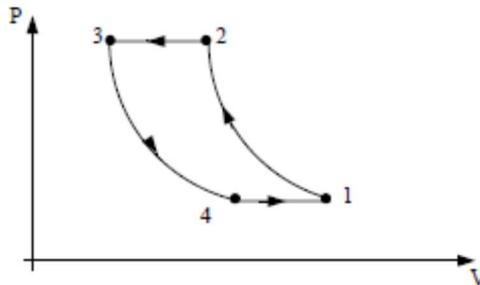
$$COP_F = \frac{Q_2}{W_c} = \frac{150}{38} = 3.94$$

**Facteur de performance calorifique ( $COP_C$ )**

$$COP_C = \frac{Q_1}{W_c} = \frac{158}{38} = 4.15$$

**Exercice3**

1.

**Fig.2.22.** cycle des transformations thermodynamiques

Le cycle est forcément décrit dans le sens trigonométrique car il s'agit d'une pompe à chaleur (le cycle est donc résistant : il nécessite un apport de travail pour se réaliser). La réversibilité du cycle implique qu'il n'est pas ditherme, et donc que le circuit de chauffage et les effluents industriels ne constituent pas des sources de chaleur : leur température est certainement relativement constante, égale à  $T_1$  (source chaude) et  $T_3$  (source froide), ce qui implique que le cycle est ditherme et donc qu'il n'est certainement pas réversible.

2.

$pV^\gamma = cte$  Pour une transformation adiabatique

$$\rightarrow \begin{cases} pV^{\frac{1}{\gamma}} = cte \\ PV = nRT \end{cases} \text{ En faisant le rapport } pV^{\frac{1}{\gamma}} \cdot T = cte \text{ d'ou } pV^{1-\gamma/\gamma} \cdot T$$

$$\rightarrow T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{1-\gamma/\gamma} \approx 310 \cdot (1 \cdot 10^5 / 2 \cdot 10^5)^{1-\gamma/\gamma} \approx 378 \text{ K}$$

3.

$Q_{12} = 0$  et  $Q_{34} = 0$  car ces transformations sont adiabatiques.

$Q_{23} = m \cdot cp \cdot (T_3 - T_2)$  car la transformation 2-3 est isobare, de même  $Q_{41} = m \cdot cp \cdot (T_1 - T_4)$

On trouve  $Q_{23} \approx 1 \times 1000 \times (330 - 378) \approx -48 \text{ kJ}$  et  $Q_{41} \approx 1 \times 1000 \times (310 - 271) \approx 39 \text{ kJ}$

4.

Sur tout cycle  $\Delta U_{\text{cycle}} = 0$  car la température finale est toujours égale à la température initiale pour un cycle.

1er principe :  $W_{\text{cycle}} + Q_{\text{cycle}} = \Delta U_{\text{cycle}} \Rightarrow W_{\text{cycle}} + Q_{\text{cycle}} = 0$ .

5.

$$W_{\text{cycle}} = -Q_{\text{cycle}} \text{ d'où } W_{\text{cycle}} = -(Q_{23} + Q_{41}) \approx -(-48.103 + 39.103) \approx 9 \text{ kJ}$$

6.

$$COP_C = \left| \frac{Q_{23}}{W_c} \right| = \left| \frac{48.10^3}{9.10^3} \right| = 5.3$$

Remarque : pour une pompe à chaleur ditherme fonctionnant entre les sources  $T_1$  et  $T_3$  on a on

$COP_{Cmax} = T_3 / (T_3 - T_1) = 330 / (330 - 310) \approx 16,5$  obtenu pour un cycle réversible donc le cycle est irréversible.

### Exercice4

1.

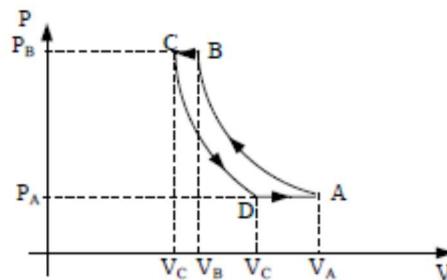


Fig.2.23. cycle des transformations thermodynamiques

2.

$$P_A \cdot V_A = n \cdot R \cdot T_A \text{ or } n = 1 \text{ mole d'où } V_A = R \cdot T_A / P_A \approx 8,32 \times 298 / 1.10^5 \approx 25 \text{ L}$$

$$P_B \cdot V_B^\gamma = P_A \cdot V_A^\gamma \Rightarrow V_B = V_A \cdot (P_A / P_B)^{1/\gamma} \approx 25 \cdot 10^{-3} \times (1.10^5 / 2,2 \cdot 10^5)^{1/1,4} \approx 14 \text{ L}$$

3.

$$P_B \cdot V_B = R \cdot T_B \Rightarrow T_B = P_B \cdot V_B / R \approx 2,2 \cdot 10^5 \times 8 \cdot 10^{-3} / 8,32 \approx 376 \text{ K}$$

de même  $T_D = P_D \cdot V_D / R = P_A \cdot V_D / R$ , reste à calculer  $V_D$

On sait que  $T_C = 340 \text{ K}$  et que  $P_C = P_B \approx 2,2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ , puisque  $P_C \cdot V_C = R \cdot T_C$  on en déduit que :

$$V_C = R \cdot T_C / P_B \approx 13 \text{ L} \quad \text{et} \quad P_D \cdot V_D^\gamma = P_C \cdot V_C^\gamma$$

$$\text{on en déduit que } V_D = V_C \cdot (P_C / P_D)^{1/\gamma} \Rightarrow V_D = R \cdot T_C / P_B \times (P_B / P_A)^{1/\gamma}$$

$$\Rightarrow T_D = P_A \cdot [R \cdot T_C / P_B \times (P_B / P_A)^{1/\gamma}] / R$$

$$\Leftrightarrow T_D = P_A \times T_C / P_B \times (P_B / P_A)^{1/\gamma} \approx 1.10^5 \times 340 / 2,2 \cdot 10^5 \times (2,2 \cdot 10^5 / 1.10^5)^{1,4} \approx 271 \text{ K}$$

Rq : on a alors  $V_D = R \cdot T_D / P_D \approx 22 \text{ L} > V_C$ .

#### 4.

4.1.  $Q_1$  : chaleur échangée lors de la transformation  $B_C \Rightarrow Q_1 = C_p \cdot (T_C - T_B)$  puisque la transformation est isobare et que  $n = 1$  mole. D'où  $Q_1 \approx 29,1 \times (340 - 376) \approx -1059 \text{ J}$  : la chaleur est rejetée à la source chaude.

de même  $Q_2 = C_p \cdot (T_A - T_D) \approx 29,1 \times (298 - 271) \approx 786 \text{ J}$  : la chaleur est absorbée de la source froide.

4.2. 1<sup>er</sup> principe  $\Rightarrow W_{\text{cycle}} + Q_{\text{cycle}} = \Delta U_{\text{cycle}} = 0 \Leftrightarrow W_{\text{cycle}} = -Q_{\text{cycle}} = -(Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CD} + Q_{DA})$

Or  $Q_{AB} = 0$  et  $Q_{CD} = 0$  (transfo adiabatiques), d'où  $W_{\text{cycle}} = -(Q_{BC} + Q_{DA})$

$\Leftrightarrow W_{\text{cycle}} = -Q_1 - Q_2 \approx 1059 - 786 \approx 274 \text{ J}$  : la pompe à chaleur nécessite un apport de travail.

#### 5.

5.1.  $COP_C = \frac{Q_1}{W_{\text{cycle}}} \approx 1059/274 \approx 3,9$

Pour un cycle réversible ditherme (sources de chaleur de températures  $T_A$  et  $T_C$  on a  $COP_{Cmax} = T_C / (T_C - T_A) = 340 / (340 - 298) \approx 8,1$  : le cycle n'est donc pas réversible

Le choix de cette définition vient du fait que l'efficacité est une sorte de rendement, c'est-à-dire un rapport énergie restituée / énergie dépensée, l'énergie restituée au local à chauffer étant  $Q_1$  et l'énergie dépensée étant l'énergie fournie à la pompe pour effectuer le travail

$W_{\text{cycle}}$ , on obtient bien  $COP_C = \frac{Q_1}{W_{\text{cycle}}}$ .

# CHAPITRE III

## Cycles Idéaux des Moteurs à combustion interne

### III.1. Généralités sur Moteurs à combustion interne

#### III.1.1. Description

Un dispositif qui fournit de l'énergie mécanique par transformation de l'énergie calorifique, libérée par calcination d'un combustible. Il existe quatre types principaux de moteurs à combustion interne : le moteur à allumage commandé, ou moteur à explosion, le moteur Diesel, le moteur à piston rotatif et la turbine à gaz. De nombreux types de moteurs utilisent le principe de la propulsion à réaction, Voir Fusée. Le moteur à allumage commandé, inventé par le technicien allemand Nikolais August Otto, est le moteur classique à essence, utilisé pour la propulsion des automobiles et des avions ; le moteur Diesel, conçu par Rudolf Christian Karl Diesel, fonctionne suivant un principe différent et utilise du gazole ou de l'huile lourde comme carburant. Ce moteur est utilisé dans les générateurs électriques, la propulsion des navires, des camions et des bus, ainsi que dans certaines automobiles. Le moteur à allumage commandé et le moteur Diesel existent en deux temps ou quatre temps.

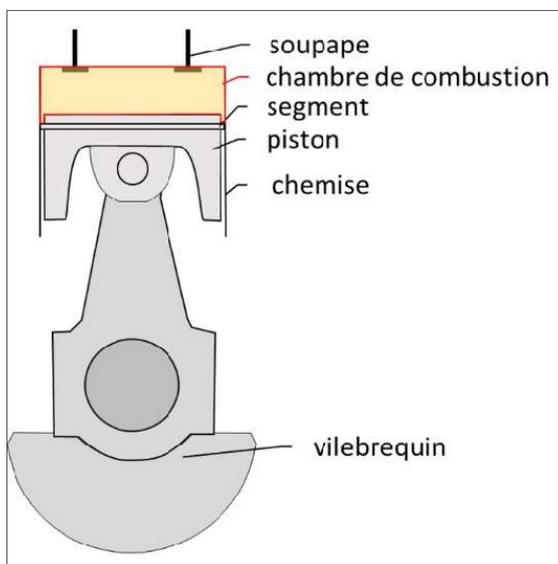


Fig. III.1. Moteur à combustion interne

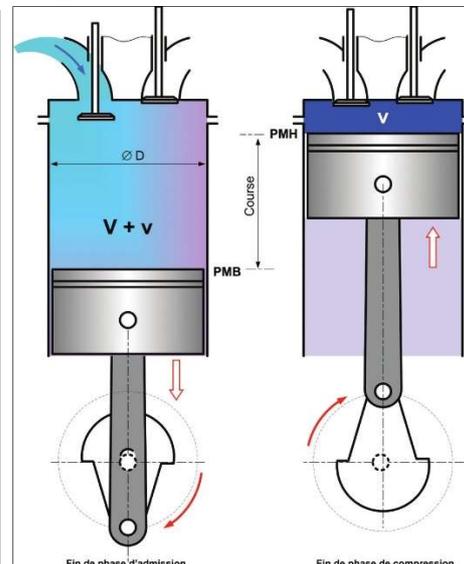


Fig. III.2. Rapport volumétrique

Le moteur AC est d'abord un moteur alternatif à combustion interne, c'est-à-dire que le travail est produit par la combustion d'un mélange carburé à l'intérieur d'un cylindre, dans lequel se déplace un piston en mouvement alternatif. Les deux limites extrêmes du mouvement sont appelées respectivement point mort haut (PMH) et point mort bas (PMB). Le volume balayé entre ces deux points constitue la cylindrée unitaire, et si  $d$  est le diamètre du cylindre (ou alésage) et  $C$  la course du piston, la cylindrée  $V$  s'écrit :

$$V = C\pi \frac{d^2}{4} \quad (\text{III.1})$$

Au point mort haut le volume résiduel est appelé volume mort ; il détermine ce que l'on nomme la chambre de combustion, qui est donc la portion de volume limitée par la culasse, le haut de chemise et la partie supérieure du piston. Du volume mort  $v$  et de la cylindrée  $V$  se déduit le rapport volumétrique de compression.

$$V = \frac{V+v}{v} \quad (\text{III.2})$$

Tous les moteurs à combustion interne fonctionnent suivant le même processus général décrit schématiquement ci-dessous. Un volume variable est délimité par un cylindre, l'une de ses bases qui est fixe, appelée culasse, et l'autre qui est un piston mobile dans l'alésage du cylindre, entraîné par un système bielle-manivelle. Dans un moteur à quatre temps, les organes qui

commandent le refoulement ou l'admission sont des soupapes actionnées par des poussoirs couplés à l'arbre moteur par un arbre à cames.

## III.2. Cycle à allumage commandé

Un moteur à allumage commandé, plus communément appelé moteur à essence en raison du type de carburant utilisé, est une famille de moteur à combustion interne, pouvant être à mouvement alternatif (à deux ou quatre temps) ou à mouvement rotatif (Wankel). L'ingénieur belge Étienne Lenoir fabrique en 1860 le premier moteur à allumage commandé. C'est un moteur à deux temps, de rendement très médiocre, mais qu'il fabriquera à quelques 400 exemplaires faisant ainsi de lui le premier industriel de cette technique de l'allumage commandé.

La production de moteurs à allumage commandé (AC) est largement majoritaire dans le monde, puisqu'elle représente 85 % du total des moteurs thermiques alternatifs (102 millions d'unités en 2000, sur une production totale de 121 millions). La France se distingue avec une production diesel plus importante que la moyenne, qui ramène la proportion de moteurs AC à 52 % (environ 1,75 millions d'unités). La motorisation diesel étant plutôt réservée aux unités de grande puissance, il est évident que les proportions indiquées deviendraient sensiblement différentes si elles étaient évaluées à partir des kilowatts produits. Le domaine réservé du moteur AC est la traction automobile, qui représente 46 % de la production mondiale de ce type de moteur (36 % pour les véhicules particuliers, 10 % pour les camions), la proportion atteignant 65 % si l'on inclut les motocycles. Le reste est partagé entre les moteurs agricoles (21 %), les moteurs industriels (12 %), les moteurs marins et aéronautiques (statistiques 2000). La grande majorité de ces moteurs sont à cycle 4 temps (> 90 %), les moteurs 2 temps étant cantonnés dans les petites cylindrées (moins de 500 cm<sup>3</sup>), domaine privilégié des motos et des moteurs hors-bords.

### III.2.1. Principe de fonctionnement

#### III.2.1.1. Cycles à quatre temps

- Lors de l'admission : la chambre de combustion est ouverte, le piston descend du point mort haut (PMH) au point mort bas (PMB), ce qui augmente le volume de la chambre. Le mélange air + carburant est admis dans la chambre de combustion à une pression constante ; on parle de transformation isobare ( $p = Cte$ ).
- Lors de la compression : la chambre est fermée, le piston monte du PMB au PMH, le volume de chambre diminue, la pression et la température augmentent ; on parle de transformation adiabatique (loi de Poisson :  $p.V = Cte$ ).
- Lors de l'inflammation et durant la combustion : la chambre reste fermée, et le piston ne se déplace pas. La transformation de l'énergie contenue dans le carburant provoque une forte augmentation de température et de pression, c'est l'explosion ; on parle de transformation isochore ( $V = Cte$ ).
- Lors de la détente du gaz enflammé : le piston se déplace de nouveau vers le PMB, la pression chute selon une nouvelle transformation adiabatique.
- Lors du quatrième temps, l'échappement, les gaz brûlés sont évacués du cylindre par la remontée du piston selon une nouvelle transformation isobare.

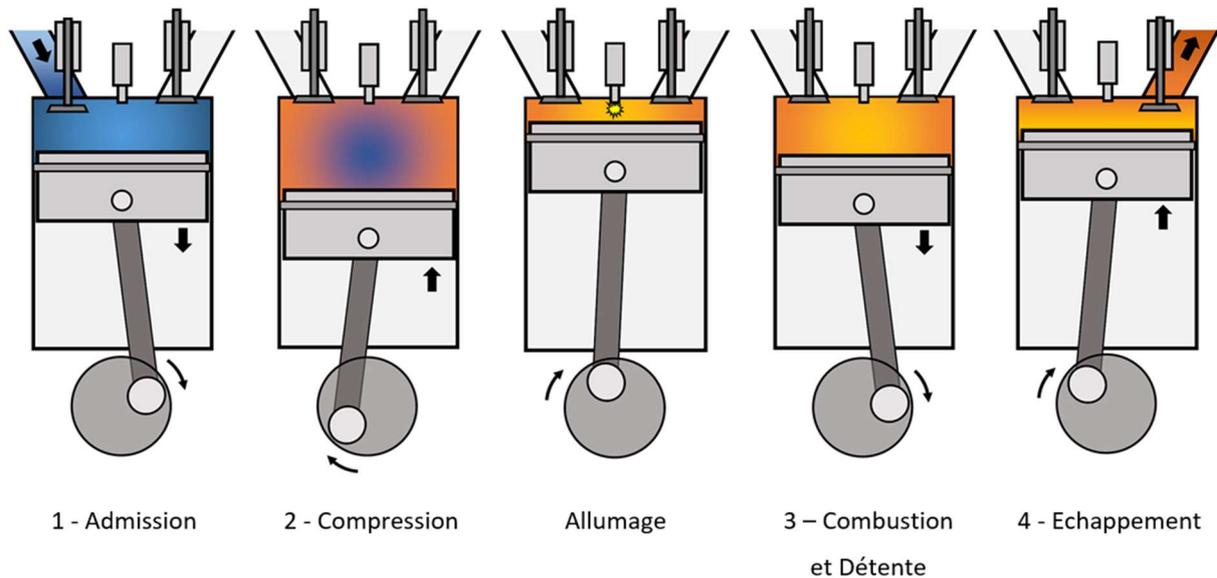


Fig. III.3. Moteur à quatre temps

### III.2.1.2. Cycle à deux temps

Les différences majeures de structure du cylindre d'un moteur "2 temps" par rapport à un moteur "4 temps" :

- L'absence de soupape
- Une lumière de transfert
- Le piston peut être prolongé par une jupe
- Le cylindre est percé de plusieurs lumières

#### Etape 1 : Piston montant vers le point le plus haut

Au-dessus du piston, le mélange air/essence est comprimé dans la culasse. Ainsi, on retrouve bien l'étape de compression du moteur 4 temps. Au-dessous du piston, en remontant il se crée une dépression dans le carter moteur. Le piston va alors dégager la lumière d'admission et grâce à la dépression qui règne alors, le mélange air/essence va pouvoir entrer à l'intérieur du moteur. Ceci correspond à l'étape d'admission du moteur 4 temps

#### Etape 2 : Piston descendant vers le point le plus bas

Au-dessus du piston, la bougie émet l'étincelle, l'inflammation du gaz se fait. La pression augmente et le piston est poussé vers le bas. C'est la détente. Arrivé à peu près au point le plus bas, le piston dégage la lumière d'échappement et les gaz d'échappement vont être poussés par le mélange frais qui arrive par la lumière de transfert qui est découverte peu après la lumière d'échappement. Ce mélange frais arrive d'autant plus vite qu'il se situe au-dessous du piston et qu'il soit comprimé par la descente du piston. Cette étape est appelée le balayage. Le gaz se retrouve alors au-dessus du piston au moment où celui-ci remonte. Ainsi, la détente et l'échappement dans un moteur deux temps s'effectuent dans le même temps.

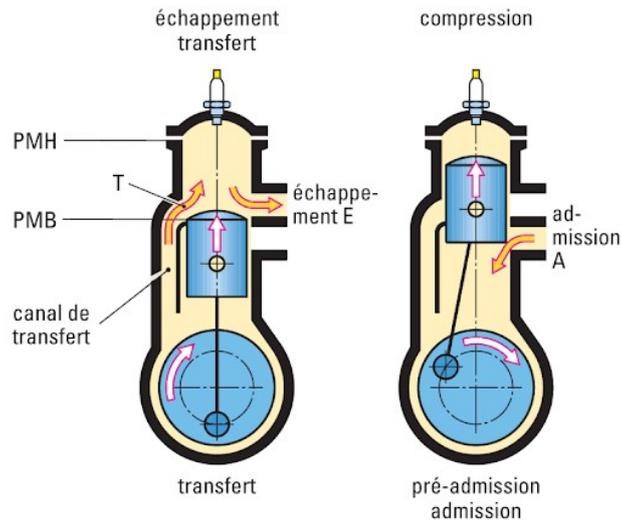


Fig. III.3. Moteur à deux temps

**III.2.1.3. Taux de compression**

Correspond au rapport des pressions en fin  $P_B$  et en début  $P_A$  de phase de compression :

$$\varepsilon = \frac{P_B}{P_A} \tag{III.3}$$

Dans le cadre d'une compression adiabatique parfaite, on peut écrire que :

$$\varepsilon_v = \left(\frac{P_B}{P_A}\right)^\gamma = \frac{V_A}{V_B} \tag{III.4}$$

**III.2.1.4. Rendement thermodynamique**

Le rendement thermodynamique théorique  $\mu$  d'un moteur à allumage commandé est le rapport du travail mécanique fourni par le moteur lors de la phase de détente sur le travail thermique reçu lors de la phase de combustion du carburant. On détermine ce rendement par la formule :

$$\delta = \frac{-W}{Q} = 1 - (1/\varepsilon_v^{1-\gamma}) \tag{III.5}$$

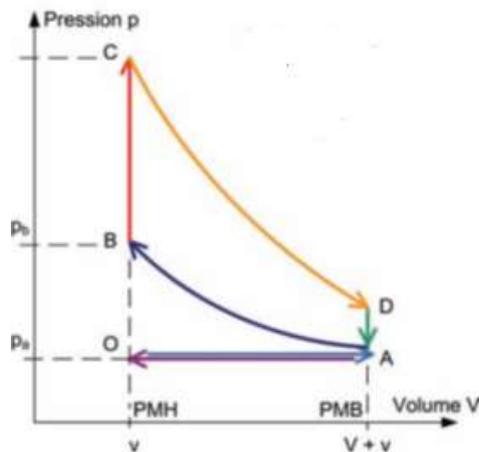


Fig. III.4. Cycle de moteur à allumage contrôlé

### III.3. Cycle Diesel

Théoriquement, le cycle thermodynamique du moteur Diesel diffère du moteur à allumage commandé : dans le moteur Diesel, la combustion s'effectue à volume constant, et non à pression constante. La plupart des moteurs Diesel sont, également, des moteurs à quatre temps. À la différence des moteurs à allumage commandé, les moteurs Diesel ne possèdent ni carburateur ni de système d'allumage proprement dit. Le premier temps est l'admission : le cylindre aspire de l'air pur - alors que c'est un mélange d'air et d'essence dans le moteur à allumage commandé - par la soupape d'admission. Au cours du second temps, ou compression, l'air est comprimé, ce qui l'amène environ à 440°C. À la fin du temps de compression, le combustible vaporisé est injecté sous forte pression dans la chambre de combustion et brûle instantanément, la température de l'air étant très élevée dans la chambre de combustion. Ainsi, à la différence du moteur à allumage commandé, le mélange gazeux s'enflamme ici de lui-même.

#### III.3.1. Rendement thermodynamique

Le rendement du cycle étant le rapport de l'énergie utile sur l'énergie dépensée :

$$\delta = \frac{\text{travail du cycle}}{\text{chaleur de combustion}} = \frac{W_{\text{cycle}}}{Q_C} = \frac{\oint TdS}{Q_C} \quad (\text{III.6})$$

(1-2) transformation isentropique  $S_1 = S_2$

(3-4) transformation isentropique  $S_3 = S_4$

(1-4) transformation isochore  $V_1 = V_4$

$$\frac{V_3}{V_2} = \tau, \quad \frac{V_2}{V_1} = \varepsilon$$

$$\begin{aligned} \delta_{\text{Diesel}} &= \frac{\int_1^2 TdS + \int_2^3 TdS + \int_3^4 TdS + \int_4^1 TdS}{\int_2^3 TdS} \\ &= \frac{\int_2^3 TdS + \int_4^1 TdS}{\int_2^3 TdS} = 1 - \frac{\int_4^1 TdS}{\int_2^3 TdS} \quad (\text{III.7}) \\ \delta_{\text{Diesel}} &= 1 - \frac{\int_1^4 c_v dT + \int_1^4 p dV}{\int_2^3 c_p dT - \int_2^3 v dp} = \frac{\int_1^4 c_v dT}{\int_2^3 c_p dT} \end{aligned}$$

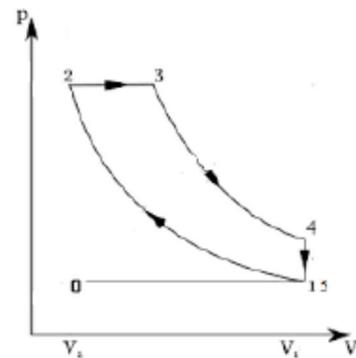


Fig. III.5. Cycle Diesel

$$\delta_{\text{Diesel}} = 1 - \frac{c_v(T_4 - T_1)}{c_p(T_3 - T_2)} = 1 - \gamma \frac{\left(\frac{T_4}{T_1} - 1\right)}{\frac{T_2}{T_1} \left(\frac{T_3}{T_2} - 1\right)} \quad (\text{III.8})$$

Si le gaz est considéré parfait :  $p_1 V_1 = RT_1$  ;  $p_2 V_2 = RT_2$  ;  $p_3 V_3 = RT_3$  ;  $p_4 V_4 = RT_4$

$$\rightarrow \frac{T_4}{T_1} = \frac{p_4}{p_1} ; \frac{T_3}{T_2} = \frac{V_3}{V_2} = \tau \quad \text{et} \quad pV^\gamma = cte$$

$$\rightarrow \frac{T_4}{T_1} = \left(\frac{V_3}{V_2}\right)^\gamma ; \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma \cdot \frac{V_2}{V_1} = \varepsilon^{\gamma-1} \quad \text{donc} \quad \delta_{\text{Diesel}} = f(\tau, \varepsilon, \gamma)$$

$\varepsilon$  : Taux de compression

$\tau$  : Taux d'introduction

### III.4. Cycle OTTO (Beau de Rauchas)

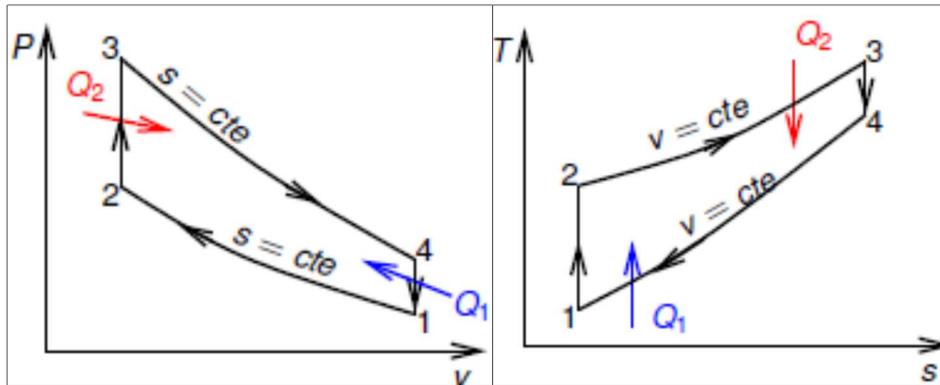


Fig. III.6. Cycle Otto (Diagramme Clapeyron et entropique)

- 1) (1-2) Compression isentropique
- 2) (2-3) Chaleur apportée à  $V = cte$
- 3) (3-4) Détente isentropique
- 4) (4-1) Chaleur cédée à  $V = cte$

Pas de travail dans les étapes d'échange de chaleur

- Le système considéré est le fluide compris dans le cylindre lors des phases de compression et de détente

Pour une unité de masse et pour chaque étape :

$$U = C_v \Delta T = Q + W \quad (\text{III.9})$$

$$U_2 - U_1 = C_v (T_2 - T_1) = W_{21}$$

$$U_3 - U_2 = C_v (T_3 - T_2) = Q_2$$

$$U_4 - U_3 = C_v (T_4 - T_3) = W_{43}$$

$$U_1 - U_4 = C_v (T_1 - T_4) = Q_1$$

Sur le cycle :

$$0 = W + Q_1 + Q_2$$

$$U = C_v \Delta T = Q + W$$

- Les transformations (1-2) et (3-4) considérées isentropiques

$$S_2 - S_1 = 0$$

$$S_4 - S_3 = 0$$

#### III.4.1. Rendement thermodynamique

$$\frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_1}{T_2} \quad (\text{III.10})$$

$$\frac{T_4}{T_1} = \frac{T_3}{T_2}$$

$$\eta = \frac{-W}{Q_2} = 1 + \frac{Q_1}{Q_2} = 1 + \frac{(T_1 - T_4)}{(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_1 \frac{T_4 - 1}{T_1} - 1}{T_2 \frac{T_3 - 1}{T_2}} \quad (\text{III.11})$$

$$\eta = 1 - \frac{1}{\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}} \quad (\text{III.12})$$

L'efficacité dépend uniquement du rapport de compression ( $V_1/V_2$ ) et du rapport des capacités calorifiques : l'efficacité augmente lorsque le rapport de compression augmente. Cette conclusion s'applique également aux moteurs à combustion réels.

### III.5. Cycle mixte

Ce cycle est caractérisé par l'évolution d'une masse gazeuse  $m$  que l'on assimile en première approximation à un gaz parfait et dont on admet que l'échappement dans l'atmosphère et l'admission ultérieure équivalent à un refroidissement à volume constant. Le cycle est composé des processus différents à celui de Diesel.

#### III.5.1. Rendement thermodynamique

Le rendement du cycle étant le rapport de l'énergie utile sur l'énergie dépensée voir l'équation (3.6) :

(1-2), (4-5): transformation isentropique  $S_1 = S_2; S_3 = S_4$

(1-5), (2-3) : transformation isochore  $V_1 = V_5; V_2 = V_3$

(3-4) : transformation isobare  $p_3 = p_4$

$$\frac{V_4}{V_3} = \tau'; \frac{p_3}{p_2} = \sigma; \frac{V_2}{V_1} = \varepsilon$$

$$\delta_{mixte} = \frac{\int_1^2 T dS + \int_2^3 T dS + \int_3^4 T dS + \int_4^5 T dS + \int_5^1 T dS}{\int_2^3 T dS + \int_3^4 T dS} \quad (\text{III.13})$$

$$= \frac{\int_2^3 T dS + \int_3^4 T dS + \int_5^1 T dS}{\int_2^3 T dS + \int_3^4 T dS} = 1 - \frac{\int_1^5 T dS}{\int_2^3 T dS + \int_3^4 T dS}$$

$$\delta_{mixte} = 1 - \frac{\int_1^5 c_v dT + \int_1^5 p dV}{\int_2^3 c_v dT + \int_2^3 p dV + \int_3^4 c_p dT - \int_3^4 V dp}$$

$$\delta_{mixte} = 1 - \frac{\int_1^5 c_v dT}{\int_2^3 c_v dT + \int_3^4 c_p dT} = 1 - \frac{c_v(T_5 - T_1)}{c_v(T_3 - T_2) + c_p(T_4 - T_3)} \quad (\text{III.14})$$

En poursuivant les mêmes opérations que le cycle Diesel on trouve le rendement du cycle mixte comme suit :

$$\delta_{mixte} = 1 - \frac{\sigma \tau'^{\gamma}}{\varepsilon^{\gamma-1} [(\sigma-1) + \gamma \sigma (\tau'-1)]} \quad (\text{III.15})$$

Le rendement de cycle mixte est en fonction de taux de compression  $\varepsilon$  et taux d'introduction du gaz  $\tau'$ .

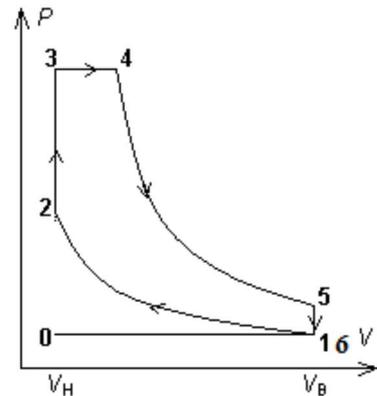


Fig. III.7. Cycle mixte

## III.6. Applications et Corrigés

### III.6.1. Applications

#### Exercice1

Un moteur à combustion interne fonctionne suivant le cycle avec apport de chaleur à pression constante (Cycle Diesel). Ce cycle est caractérisé par les paramètres suivants :

$$P_1 = 0.9 \text{ bar} ; v_2 = 0.1 \text{ (m}^3/\text{Kg)} ; \varepsilon = 15 ; T_{\max} = 1800 \text{ }^\circ\text{C} \text{ et } \gamma = 1.4 ; r = 287 \text{ J/Kg/K}$$

- 1- Représentez ce cycle Diesel sur un diagramme de Clapeyron P-V ?
- 2- Calculer les variables d'état du fluide moteur (P, v, T) aux points caractéristiques du cycle 1, 2, 3 et 4 ?
- 3- Calculer le taux de détente ultérieur  $\delta$ , en déduire la valeur de  $\varepsilon'$  (Le taux de détente préalable) ?
- 4- Calculer le rendement de ce cycle ?

#### Exercice2

Le moteur Diesel est un moteur à combustion interne dont l'allumage n'est pas commandé par des bougies mais une compression élevée. Il fonctionne suivant le cycle éponyme constitué de deux isentropiques, d'une isobare et d'une isochore. Plus précisément, le cycle peut être décrit en quatre temps :

1. un cylindre admet l'air seul à travers une soupape d'admission dans un volume  $V_A$  (portion IA du cycle) ;
2. Les soupapes sont fermées. L'injection de combustible démarre au point B et est progressive jusqu'à un point C de sorte que la pression reste constante ;
3. Les soupapes sont toujours fermées et les produits de la combustion subissent une détente isentropique en repoussant le piston jusqu'à sa position initiale (portion CD) ;
4. La soupape d'échappement s'ouvre : la pression chute brutalement (portion DA), et les gaz brûlés sont évacués.

Le cycle est caractérisé par le taux de compression volumétrique  $\alpha$  qui vaut :  $\frac{V_A}{V_B}$  et le rapport de détente préalable  $\beta$  qui vaut :  $\frac{V_C}{V_B}$ . Les températures du mélange en A et C valent :  $T_A = 293 \text{ K}$  et  $T_C = 1220 \text{ K}$ .

1. Tracer schématiquement ce cycle de Diesel dans le diagramme de Clapeyron, en faisant figurer les 5 points I, A, B, C, et D.
2. Identifier sur le cycle les quantités de chaleur échangées et leurs signes, les travaux fournis et leurs signes, et écrire le bilan thermique sur un cycle.
3. Donner l'expression des quantités de chaleur échangées et donner l'expression de l'efficacité  $\eta_m$  de ce moteur thermique. Faire l'application numérique.
4. Montrer que l'efficacité de ce moteur ne dépend que du taux de compression  $\alpha$  et du rapport de détente  $\beta$ . On donne :  $\gamma = 1,4$  ;  $\alpha = 14$  et  $\beta = 1,55$ .

**Exercice3**

Un moteur à combustion interne fonctionne suivant le cycle mixte (cycle de Sabathé). Ce cycle est caractérisé par les paramètres suivants :

$\lambda = 1.5$  (rapport de combustion à volume constant),  $\gamma = 1.4$ ,  $Q_3 = 400$  (KJ/Kg),  $\varepsilon = 14$ ,  $T_1 = 70$  °C,  $V_2 = 1$  ( $m^3 / Kg$ ),  $\eta_{th} = 50$  %

1- Tracer ce cycle sur un diagramme P-V ?

2- Calculer les variables d'état du fluide moteur (P, v, T) aux points caractéristiques du cycle 1, A, A', B, C et D ?

3- Calculer le taux de détente préalable  $\varepsilon'$  ?

4- Que devient ce cycle lorsque  $\varepsilon' = 1$  ?

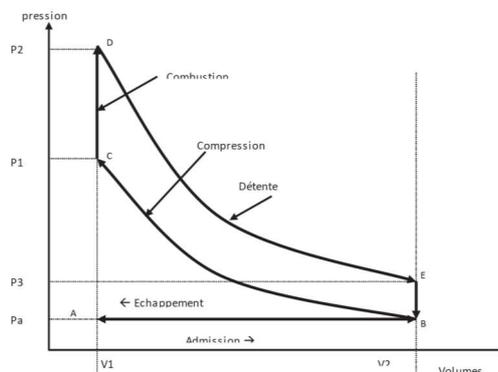
5- Calculer la vitesse moyenne du piston de ce moteur sachant que  $N = 3000$  tours/min.

On donne :

Alésage du cylindre :  $D = 90$  mm et le rapport course du piston/alésage du cylindre = 1.5 ?

**III.6.2. Corrigés****Exercice1**

1- Représentation du cycle Diesel sur le diagramme Clapeyron P-V :



**Fig. III.8.** Diagramme Clapeyron

2- Calcule des variables d'état du fluide moteur (P, v, T) aux points caractéristiques du cycle 1,2, 3 et 4 ?  $r = 287$  J/Kg/K

- Point 1 :  $P_1 = 0.9$  bar ;  $V_1 = V_2$ .  $\varepsilon = 1.5$  ( $m^3 / Kg$ ) ;  $T_1 = \frac{P_1 \cdot V_1}{r} = 470.38$  K

- Point 2 :  $V_2 = 0.1$  ( $m^3 / Kg$ ) ;  $P_2 = P_1 \cdot \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma = 39.88$  bars ;  $T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = 1389.58$  K

- Point 3 :  $T_{max} = T_3 = 2073$  K ;  $V_3 = V_2 \cdot \frac{T_3}{T_2} = 0.149$  ( $m^3 / Kg$ ) ;  $P_3 = P_2$

- Point 4 :  $V_4 = V_1$  ;  $P_4 = P_3 \cdot \left(\frac{V_3}{V_4}\right)^\gamma = 1.57$  bars ;  $T_4 = T_3 \cdot \left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{\gamma-1} = 823.07$  K

3- Calcul du taux de détente ultérieur  $\delta$  :

$$\delta = \frac{V_4}{V_3} = 10.06$$

4- Calcul du taux de détente préalable  $\varepsilon'$  :

$$\varepsilon' = \frac{V_3}{V_2} = 1.49$$

5- Rendement du cycle Diesel :

$$\eta_{th} = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}} \cdot \frac{(\varepsilon')^{\gamma} - 1}{\gamma(\varepsilon' - 1)} (\varepsilon' - 1) = 0.63 = 63\%$$

### Exercice2

1. Traçage de cycle dans un diagramme thermodynamique :

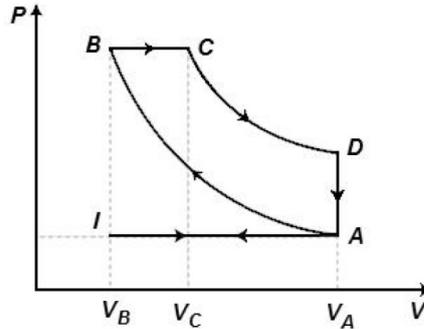


Fig. III.9. Cycle Diesel

2. Sur les deux isentropiques AB et CD, aucune chaleur n'est échangée par définition. Le mélange reçoit de la chaleur ( $Q_C > 0$ ) au cours de la combustion isobare (portion BC), et perd de la chaleur ( $Q_f < 0$ ) lors de la détente isochore (portion DA). Sur un cycle, du travail est fourni  $W_{Total} < 0$  (le cycle est parcouru dans le sens horaire ; c'est un cycle moteur) et il résulte d'un travail  $W_{AB} > 0$  fourni au gaz au cours de sa compression entre A et B, et d'un travail  $W_{CD} < 0$  que génère le gaz entre C et D.

Le bilan thermique sur un cycle :

$$\Delta U = -W_{AB} + Q_C + W_{CD} + Q_f = 0$$

Soit :

$$W_{Total} = W_{AB} + W_{CD} = -Q_C - Q_f$$

3. Au cours de la transformation isobare, la quantité de chaleur échangée est égale à la variation d'enthalpie du gaz, en effet :

$$dU = d(U + P.V) = \delta Q + VdP$$

Dont l'expression soit :

$$Q_C = \Delta H_{BC} = C_p(T_C - T_B)$$

Au cours de la transformation isochore, la quantité de chaleur échangée est égale à la variation d'énergie interne du gaz, dont l'expression est simple, soit :

$$Q_f = \Delta H_{DA} = C_p(T_A - T_D)$$

L'efficacité  $\delta_m$  de ce moteur thermique est donnée par :

$$\delta_m = \frac{|W|}{Q_C} = \frac{Q_C + Q_f}{Q_C} = 1 + \frac{Q_f}{Q_C} = 1 + \frac{C_p(T_A - T_D)}{C_p(T_C - T_B)}$$

4. Puisque les transformations AB et CD sont deux isentropiques, et en considérant que le mélange air/carburant est un fluide parfait, on a :

$$\frac{T_A}{T_B} = \left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{1}{\alpha}\right)^{\gamma-1}$$

$$\frac{T_C}{T_D} = \left(\frac{V_D}{V_C}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_A V_B}{V_B V_C}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{\gamma-1}$$

Alors, l'efficacité s'écrit :

$$\delta_m = 1 + \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{T_B \alpha^{1-\gamma} - T_B \alpha^{1-\gamma} \beta^{1-\gamma}}{T_C - T_B}$$

Par ailleurs, la transformation entre B et C est une isobare. D'après la loi des gaz parfaits, on peut écrire alors :

$$\frac{T_C}{V_C} = \frac{T_B}{V_B}$$

Soit :  $T_C = \frac{V_C}{V_B} T_B = \beta T_B$

En remplaçant  $T_C$  par son expression dans l'équation précédente, on obtient :

$$\delta_m = 1 + \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{T_B \alpha^{1-\gamma} (1 - \beta^\gamma)}{T_B (\beta - 1)} = 1 - \frac{1}{\gamma \alpha^{\gamma-1}} \cdot \frac{(1 - \beta^\gamma)}{(\beta - 1)}$$

$$\delta_m = 61.7\%$$

Cette efficacité est supérieure à celle obtenue dans le cas de moteur à explosion.

### Exercice3

1. Représentation du cycle mixte sur les coordonnées P-V :

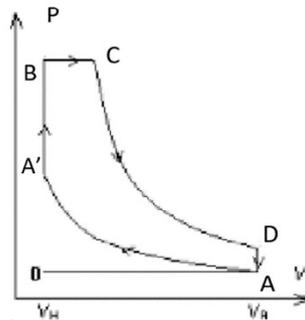


Fig. III.10. Cycle mixte

2. Calcule des variables d'état du fluide moteur (P, v, T) aux points caractéristiques du cycle A, A', B, C et D :

- Point A :  $V_1 = V_2$ .  $\varepsilon = 14$  ( $m^3/Kg$ ) ;  $T_1 = 343$  K ;  $P_1 = \frac{r \cdot T_1}{V_1} = 7031.5$  Pa
- Point A' :  $V_2 = 1$  ( $m^3/Kg$ ) ;  $T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = 985.7$  K ;  $P_2 = P_1 \cdot \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma = 8.23$  bars
- Point B :  $P_3 = \lambda \cdot P_2 = 4.24$  bars ;  $V_3 = V_2$  ;  $T_3 = \lambda \cdot T_2 = 1478.5$  K
- Point C :  $P_4 = P_3$  ;  $T_4 = T_5 \cdot \left(\frac{P_4}{P_5}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 2205.33$  K ;  $V_4 = \frac{r T_4}{P_4} = 1.49$  ( $m^3/Kg$ )
- Point D :  $T_5 = T_1 + \frac{Q_3}{C_v} = T_1 + \frac{Q_3 \cdot 10^3 (\gamma-1)}{r} = 900.49$  K ;  $V_5 = V_1 = 14$  ( $m^3/Kg$ ) ;

$$P_5 = \frac{rT_5}{V_5} = 1.846 \text{ bars.}$$

3. Calcule le taux de détente préalable  $\varepsilon'$

$$\varepsilon' = \frac{V_4}{V_3} = 1.49.$$

Si le taux de détente préalable  $\varepsilon' = \frac{V_4}{V_3} = 1$  le cycle devient à **Essence**

4. Calcul de la vitesse moyenne du piston :

$$v_{\text{moy piston}} = \frac{C_p \cdot N}{30} = \frac{1.5 \cdot D \cdot 10^{-3} \cdot N}{30} = 13.5 \text{ m/s}$$

# CHAPITRE IV

## Turbine à gaz et turboréacteur

## IV.1. Généralités

### IV.1.1. Turbomachines

Les turbomachines, c'est-à-dire les moteurs fonctionnant avec une turbine (parfois simplement appelés « turbines à gaz », présentent deux grands avantages par rapport à leurs homologues à pistons-cylindres :

Le rapport puissance-poids des turbomachines est environ trois fois supérieur. Lorsque de grandes puissances sont requises avec contrainte d'espace ou de poids, les turbomachines sont incontournables.

Dans le cas de la propulsion aéronautique, le fluide moteur peut être utilisé comme médium de propulsion lui-même. Il s'agit de laisser l'air sortir de la turbine avec une pression résiduelle et de le laisser se détendre dans une tuyère. On obtient alors une poussée par réaction (égale au débit de masse multiplié par sa vitesse) : c'est le principe du turboréacteur.

Parmi les inconvénients associés, on remarquera que l'efficacité et la réactivité des turbomachines chutent très rapidement à faible puissance. En effet, à charge partielle, le taux de compression et l'efficacité isentropique des turbines et compresseurs s'effondrent (pour des raisons qui seront étudiées en cours de mécanique des fluides).

Les turbomachines sont donc utilisées lorsque de hautes puissances sont requises de façon soutenue. Par exemple, le secteur automobile, où les variations de puissance sont nombreuses et doivent être actées instantanément, leur est inaccessible.

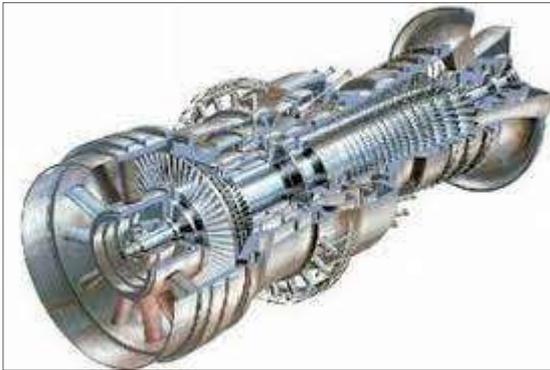


Fig. IV.1. Turbine à gaz



Fig. IV.2. Turboréacteur

#### IV.1.1.1. Turboréacteur

Les deux étages de turbine de B.P entraînent le ventilateur tandis que l'étage H.P de turbine entraîne le compresseur. L'air passant par le compresseur, après que l'addition de la chaleur dans la chambre de combustion fournit toute la puissance de conduire les trois étages de la turbine. Les gaz chauds partant du dernier étage de turbine alors se détendent dans la tuyère de propulsion (tuyère principale) et développent la poussée à une vitesse élevée et à un débit relativement bas.

Le débit massique d'air entrant dans le ventilateur est :

$$\dot{\Phi}_m = \dot{\Phi}_T + \dot{\Phi}_e \quad (\text{IV.1})$$

Ou :  $\dot{\Phi}_e$ : Débit massique d'air traversant l'unité conventionnelle du moteur.

$\dot{\Phi}_T$ : Débit massique d'air qui est déviée dans la tuyère du ventilateur.

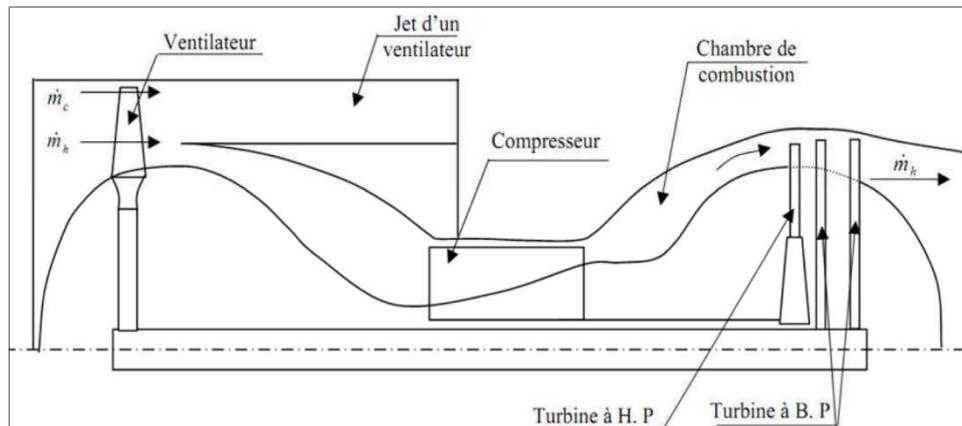


Fig. IV.3. Principe de fonctionnement d'un Turboréacteur

#### IV.1.1.2. Turbine à gaz

##### a. Description et principe de fonctionnement

La turbine à gaz est une installation motrice dans laquelle un mélange gazeux est comprimé par un turbocompresseur avant d'être porté à haute température de façon quasi isobare, puis détendu dans une turbine. Dans sa version la plus répandue, la turbine à gaz aspire de l'air atmosphérique qui est comprimé, puis se transforme en fumées à haute température par combustion d'un carburant dans une chambre adéquate. Ces fumées sont ensuite détendues dans la turbine, et enfin évacuées dans l'atmosphère. Le schéma de principe d'une telle installation est illustré dans la figure. IV.4, tandis que les diagrammes  $p,v$  et  $T,S$  permettent de suivre l'évolution thermodynamique du fluide.

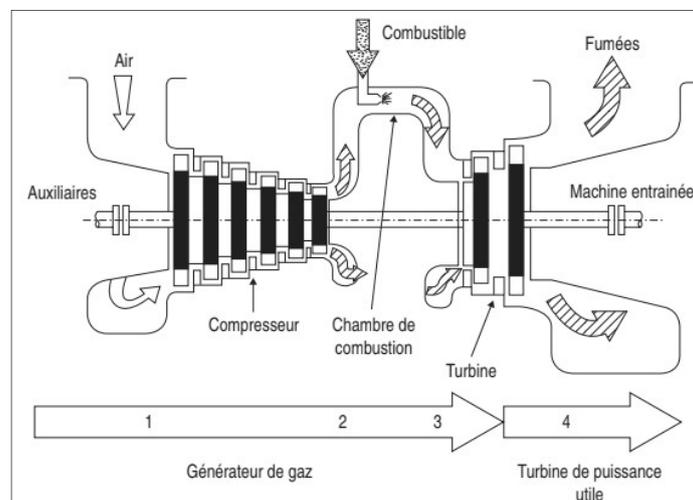


Fig. IV.4. Principe de fonctionnement de la Turbine à gaz (TAG)

L'expansion thermique des gaz due à l'effet de la source chaude donne lieu à la production d'une puissance motrice de détente supérieure à celle nécessaire à la compression du gaz frais. L'excédent de la puissance de la turbine sur l'ensemble des puissances que prélève le compresseur, que dissipent les frottements mécaniques (paliers et butées) et que consomment les auxiliaires (pompe à combustible, lubrification, soufflante de refroidissements...), constitue la puissance effective  $P_e$  de cette installation motrice :

$$P_e = P_{mT} - P_{mC} + P_{fm+aux} \quad (IV.2)$$

## b. Composantes de la turbine à gaz :

### • Compresseurs

La plupart des compresseurs sont axiaux, c'est-à-dire que l'air les traverse parallèlement à l'axe de rotation, mais on utilise parfois des compresseurs centrifuges, qui projettent l'air radialement ; quel que soit le procédé utilisé, les évolutions thermodynamiques de l'air restent identiques.

Nous quantifions le rendement d'un compresseur en comparant sa puissance avec celle d'un compresseur idéal (un compresseur qui serait isentropique). L'efficacité isentropique du compresseur peut être définie en fonction de la puissance isentropique pour un débit d'air constant et la puissance réelle consommée par le compresseur :

$$\eta_C = \frac{P_{isentropique}}{P_{réelle}} \quad (IV.3)$$

Comme celle d'une turbine, le rendement d'un compresseur est toujours inférieur à 1. Si ce rendement est connu, nous pouvons comparer les propriétés réelles de l'air à l'entrée et à la sortie du compresseur avec celles que l'on mesurerait dans le cas idéal :

$$P_C = m \cdot C_p \cdot (T_{B r} - T_A) = \frac{1}{\eta_C} (T_B - T_A) \quad (IV.4)$$

Dont :

$T_{B r}, T_B$  : Températures : réelle et idéale à la sortie du compresseur

$T_A$  : Température ambiante

### • Chambre de combustion :

L'apport de chaleur des turbomachines se fait dans une ou plusieurs chambres de combustion. L'air y est réchauffé à pression constante par combustion ; sa température et son volume spécifique augmentent fortement. Aucun travail n'est apporté dans la chambre de combustion, et la pression y reste approximativement constante.

La puissance produite par la chambre de combustion est définie en fonction de la température d'air entrant  $T_A$  et de du gaz brulé à la sortie  $T_B$  :

$$P_C = H_B - H_A = C_p \text{ gaz } T_B - C_p \text{ air } T_A \quad (IV.5)$$

### • Turbine :

Le rôle de la turbine est d'alimenter le compresseur : elle doit donc extraire de l'air une puissance suffisante pour faire fonctionner ce dernier et compenser d'éventuelles pertes de transmission. En fonction de la configuration de la turbomachine, la turbine pourra ensuite extraire encore de l'énergie, pour alimenter d'autres composants.

Son rendement est défini par :

$$\eta_T = \frac{P_{réelle}}{P_{isentropique}} \quad (IV.6)$$

La puissance extraite par la turbine s'exprime en fonction des températures (réelle et idéale) à la sortie de la turbine :

$$P_T = C_{p\text{ gaz}} \cdot (T_{B r} - T_A) = \eta_T C_{p\text{ gaz}} (T_B - T_A) \quad (\text{IV.7})$$

## IV.2. Cycle de base

### IV.2.1. Cycle de Joule-Brayton idéal

Il est appelé aussi cycle théorique simplifié, la forme idéale se compose de deux processus isobares et de deux processus isentropiques. Les isobares comprennent le système de chambre de combustion de la TAG et le côté de gaz d'échappement. Les isentropiques représentent la compression (compresseur) et la détente (extenseur de turbine).

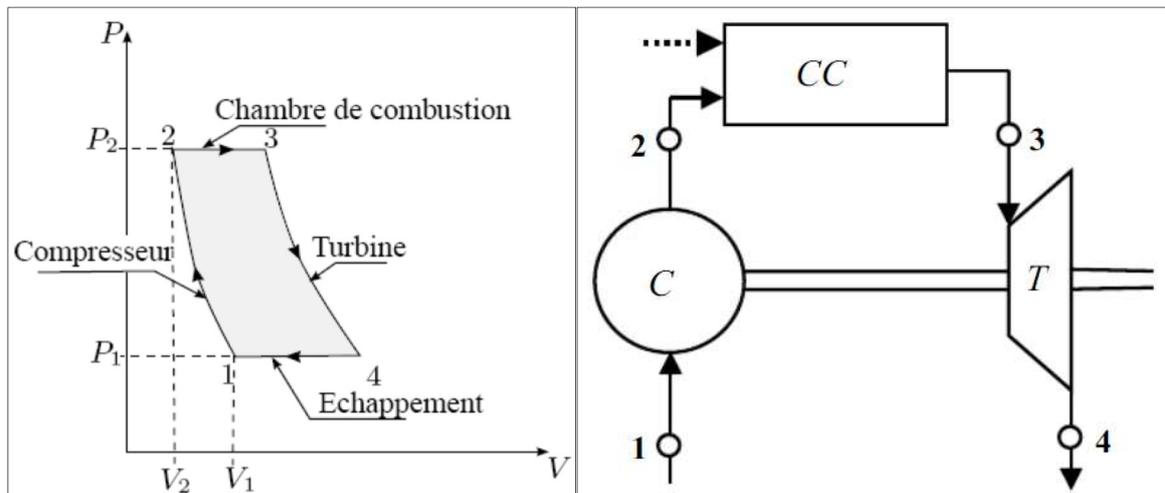


Fig. IV.4. Cycle de Joule-Brayton

Le cycle de Brayton est composé de quatre processus fondamentaux :

- 1) 1 - 2 : Compression isentropique
- 2) 2 - 3 : Apport de chaleur à pression constante (combustion isobare)
- 3) 3 - 4 : Détente isentropique des gaz dans la turbine
- 4) 4 - 1 : Echappement des gaz de combustion vers l'atmosphère à pression constante (gaz d'échappement et d'admission dans le cycle ouvert)

#### IV.2.1.1. Rendement thermodynamique

En appliquant le premier principe de la thermodynamique :

##### 1) (1-2)

- Travail de compression (isentropique) :

$$W_C = m \cdot C_{p\text{ air}} (T_2 - T_1) \quad (\text{IV.8})$$

- Puissance de compresseur

$$P_C = \dot{\phi}_{m\text{ air}} (h_2 - h_1) \quad (\text{IV.10})$$

##### 2) (2-3)

- Chaleur fournie par la combustion (isobare)

$$Q_1 = Q_{23} = m \cdot C_{p\text{ gaz}} (T_3 - T_2) \quad (\text{IV.10})$$

**3) (3-4)**

- Travail récupéré par détente de la turbine (isentropique)

$$W_T = m \cdot C_p \text{ gaz} (T_4 - T_3) \quad (\text{IV.11})$$

- Puissance de la turbine

$$P_T = (\dot{\Phi}_{m \text{ air}} + \dot{\Phi}_{m \text{ gaz}}) \cdot (h_4 - h_3) \quad (\text{IV.12})$$

**4) (4-1)**

- Chaleur cédée lors de l'échappement des gaz brûlés

$$Q_2 = Q_{41} = m \cdot C_p \text{ gaz} (T_4 - T_1) \quad (\text{IV.13})$$

- Travail du cycle :

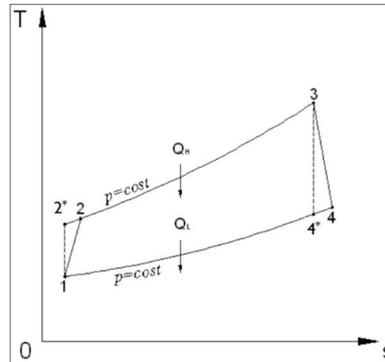
$$W_{\text{cycle}} = W_T - W_c \quad (\text{IV.14})$$

- Rendement thermique :

$$\eta_{th} = \frac{W_{\text{effectif}}}{Q_{\text{fournie}}} = \frac{W_T - W_c}{Q_1} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} \quad (\text{Transformation isentropique}) \quad (\text{IV.15})$$

**- Inconvénients de ce cycle**

- Importance de travail de compression  $W_c$  par rapport à  $W_t$
- Puissance installée plus élevée que la puissance utile (effet aggravé par les pertes)

**IV.2.2. Cycle de Joule-Brayton réel :****Fig. IV.4.** Cycle de Joule-Brayton réel

- Cycle irréversible (1 2 3 4 1)
- Cycle irréversible (1 2' 3 4' 1)
- 1) 1 - 2 :** Compression adiabatique irréversible
- 2) 2 - 3 :** Apport de chaleur à pression constante (combustion isobare)
- 3) 3 - 4 :** Détente adiabatique irréversible des gaz dans la turbine
- 4) 4 - 1 :** Echappement des gaz de combustion vers l'atmosphère.
- Rendement du compresseur :

$$\eta_c = \frac{h_2^* - h_1}{h_2 - h_1} = \frac{T_2^* - T_1}{T_2 - T_1} \quad (\text{IV.16})$$

- Rendement de la turbine :

$$\eta_T = \frac{h_3 - h_4}{h_3 - h_4^*} = \frac{T_3 - T_4}{T_3 - T_4^*} \quad (\text{IV.17})$$

**IV.2.2.1. Rendement thermodynamique**

$$\eta_{th} = \frac{W_{effectif}}{Q_{fournie}} = \frac{C_{p\ gaz} (T_3 - T_4) - C_{p\ air} (T_2 - T_1)}{C_{p\ gaz} (T_3 - T_2)} \tag{IV.18}$$

Après introduction des différents rendements : ( $C_{p\ gaz} = C_{p\ air} = cte$ )

$$\eta_{th} = \frac{\eta_T (T_3 - T_4^*) \frac{T_2^* - T_1}{\eta_C}}{(T_3 - T_1) \frac{T_2^* - T_1}{\eta_C}} \tag{IV.19}$$

$$\eta_{th} = \frac{\eta_T \frac{T_3}{T_1} (1 - \frac{T_4^*}{T_3}) \frac{\frac{T_2^*}{T_1} - 1}{\eta_C}}{(\frac{T_3}{T_1} - 1) \frac{\frac{T_2^*}{T_1} - 1}{\eta_C}} \tag{IV.20}$$

**IV.3. Autres cycles**

**IV.3.1. Cycle de Joule-Brayton avec récupération**

Le cycle avec récupération est caractérisé par la possibilité de réchauffer l'air comprimé par les gaz échappés de la turbine avant d'être introduit dans la chambre de combustion

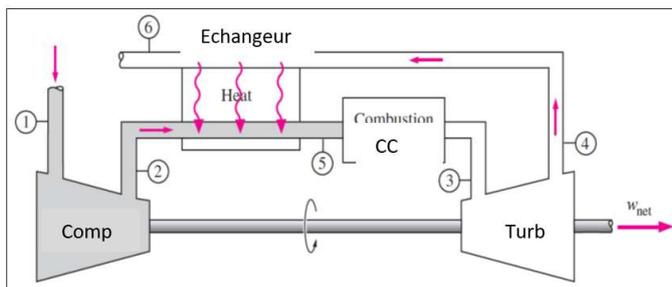


Fig. IV.5. TAG avec récupération

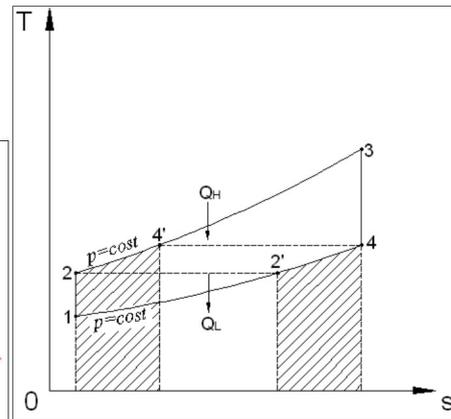


Fig. IV.6. Diagramme entropique

$T_{2^*} = T_2$  et  $T_{4^*} = T_4$  (échange de chaleur parfait et chaleur spécifique constante)

**IV.3.1.1. Rendement thermodynamique**

$$\eta_{th} = \frac{C_p (T_3 - T_4) - C_p (T_2 - T_1)}{C_p (T_3 - T_2)} = 1 - \frac{(T_2 - T_1)}{(T_3 - T_4)} \tag{IV.21}$$

$$\eta_{th} = \frac{T_1 \left( \frac{T_2}{T_1} - 1 \right)}{T_3 \left( 1 - \frac{T_4}{T_3} \right)} = \frac{T_1 \left( \tau^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right)}{T_3 \left( 1 - \frac{1}{\tau^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \right)} \tag{IV.22}$$

$\tau$  Taux de compression  $\tau = \frac{P_2}{P_1}$

**IV.3.2. Cycle d'Ericsson (compression et détente isotherme)**

Transformation caractérisée par une compression et détente isothermes et échange de chaleur isobare.

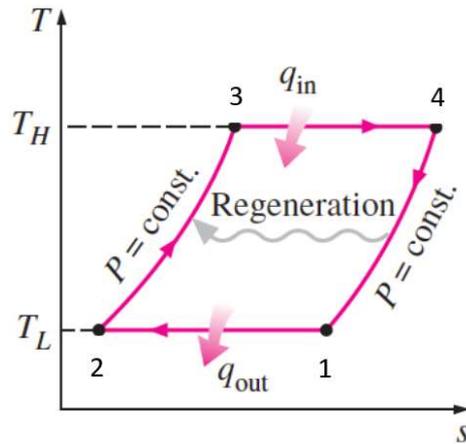


Fig. IV.7. Cycle d'Ericsson

1) 1 - 2 : Compression isotherme

$$W_C = (h_2 - h_1) - Q_{12} = T_L(s_2 - s_1), \quad h_2 = h_1$$

2) 2 - 3 : Combustion isobare

$$Q_{23} = h_3 - h_2$$

3) 3 - 4 : Détente isotherme

$$W_T = (h_4 - h_3) - Q_{34} = T_H(s_4 - s_3), \quad h_4 = h_3$$

4) 4 - 1 : Rejet de chaleur par échappement isobare

$$Q_{41} = h_1 - h_4 = -Q_{23}$$

IV.3.2.1. Rendement thermodynamique

$$s_4 - s_3 = -R \cdot \ln \frac{P_4}{P_3} = R \cdot \ln \frac{P_1}{P_2} = s_1 - s_2$$

$$\eta_{th} = \frac{T_L (s_4 - s_3) - T_H (s_1 - s_2)}{T_L (s_4 - s_3)} = 1 - \frac{T_H}{T_L} \tag{IV.23}$$

IV.3.3. Cycle à compression et détente multi-étagées

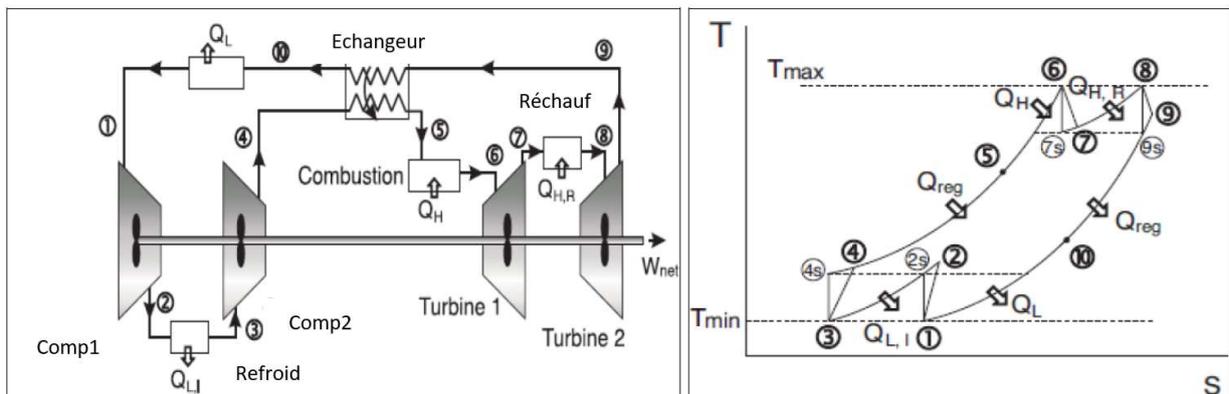


Fig. IV.8. TAG à compression et détente multi étagées avec refroidissement et réchauffement intermédiaires

### IV.3.3.1. Rendement thermodynamique

$$\eta_{\text{cycle}} = \frac{W_{\text{effectif}}}{Q_{\text{fournie}}} = \frac{Q_H - Q_L}{Q_H} = 1 - \frac{Q_L}{Q_H} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}$$

### IV.3.4. Cycle combiné ou cogénération

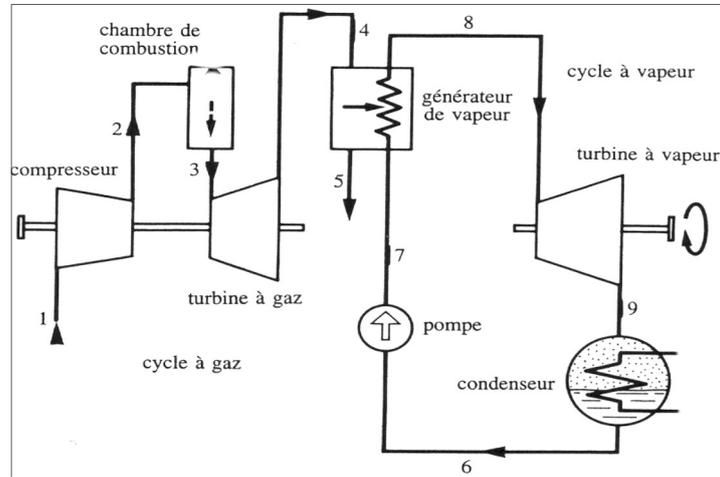


Fig. IV.9. Cycle combiné (gaz/vapeur)

#### IV.3.4.1. Génération combinée d'électricité :

- Récupération de la chaleur des gaz chaud en sortie turbine pour alimenter un cycle à vapeur.
- Génération combinée d'électricité et de chaleur (rendement > 60 %)
- Récupération de la chaleur des gaz chaud en sortie turbine pour alimenter un échangeur externe à eau pour la production d'eau chaude.

#### IV.3.4.2. Echanges de chaleur dans le générateur de vapeur GVR :

Dans une centrale à cycle combiné, la veine des gaz chauds sortant de la turbine à gaz doit être refroidie par l'eau du cycle de récupération à vapeur. Dans un cycle à un seul niveau de pression, cette eau entre dans l'échangeur à l'état liquide à environ 30 °C, après avoir été comprimée par les pompes d'alimentation situées en aval du condenseur. Elle est ensuite échauffée dans l'économiseur jusqu'à la température d'ébullition correspondant à sa pression. Elle est alors vaporisée, à température constante, puis surchauffée, avant d'être détendue dans la turbine à vapeur.

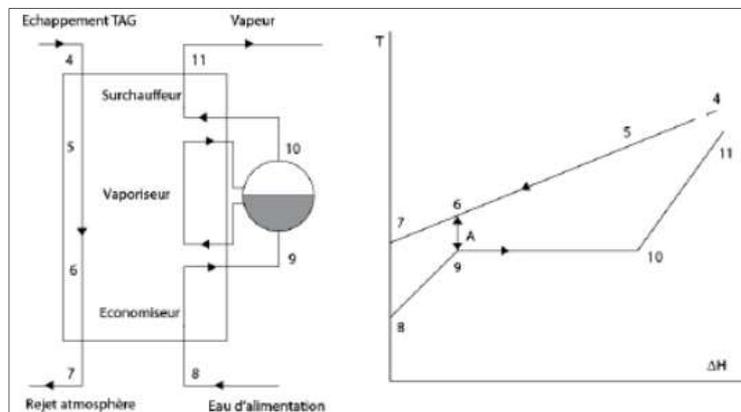


Fig. IV.10. Cycle combiné (gaz/vapeur)

## IV.4. Applications et Corrigés

### IV.4.1. Applications

#### Exercice1

Un système de turbine à gaz sans récupération représenté par le cycle de Joule (voir digramme entropique ci-dessous) composé de :

-Compresseur axial (taux de compression  $\tau_c=4$ ,  $\eta_{\text{comp}}=80\%$ ) aspire l'air ambiant à la température  $T_1=27^\circ\text{C}$ .

-Chambre de combustion avec pertes thermiques négligeables,  $T_3=1027^\circ\text{C}$ .

-Turbine à roue mobile, d'efficacité  $\eta_{\text{turb}}=65\%$

-Economiseur à l'échappement.

Les gaz régnant dans le cycle supposés parfaits,  $C_{p\text{air}}=C_{p\text{gaz}}=1\text{ KJ/Kg.K}$ ,  $\beta = \frac{\gamma-1}{\gamma} = 0.4$ .

1. Calculer les travaux réels de compression et de détente  $W_c$  et  $W_d$ .
2. Déterminer l'apport thermique fourni/échappé par le cycle ( $Q_{23}$ ,  $Q_{41}$ ).
3. Calculer  $\eta_{\text{ther}}$  réel du cycle.

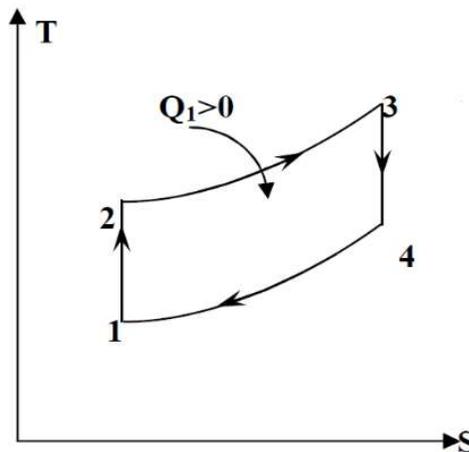


Fig. IV.11. Diagramme entropique

#### Exercice2

Un débit d'air de  $20\text{ Kg/s}$  à la température  $T_1 = 30^\circ\text{C}$  entre dans le compresseur d'une installation de turbine à gaz fonctionnant suivant le cycle de Joule (Brayton). Le taux de compression est de 7 et la température à l'entrée de la turbine est  $T_3 = 650^\circ\text{C}$ . Les rendements isentropiques de la turbine et du compresseur sont respectivement 0,85 et 0,80, le rendement de la chambre de combustion est de 0,80.

On considère que  $C_{p\text{air}} = C_{p\text{gaz}} = 1\text{ KJ/Kg.K}$  et  $\gamma_{\text{air}} = \gamma_{\text{gaz}} = 1,4$ . Calculer :

- 1- La puissance réelle nécessaire pour la compression de l'air
- 2- La puissance totale réelle produite par la turbine
- 3- La puissance disponible (reçue par la génératrice électrique) si le rendement de l'accouplement est égal à 0,90
- 4- Le rendement thermique théorique du cycle.
- 5- Le rendement réel du cycle.

**Exercice3**

On considère une turbine à gaz de centrale électrique. Les données du problème sont les suivantes :

- l'état 1 est caractérisé par les valeurs :  $p_1 = 100 \text{ kPa}$  et  $T_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ .
- la pression à laquelle est réalisée la combustion est :  $p_2 = p_3 = 1780 \text{ kPa}$ .
- les gaz combustibles ont, à la sortie de la chambre de combustion, une température  $T_3 = 1000 \text{ }^\circ\text{C}$ .
- les transformations dans la turbine et le compresseur sont supposées isentropiques ;
- les rendements mécaniques de la turbine et du compresseur valent  $\eta_{mec} = 0.98$ .

On demande de calculer :

Dans le cas où on considère une valeur constante pour  $\gamma$  ( $\gamma = 1,4$ ) :

1. les états ( $p, T$ ) successifs du gaz au cours du cycle.
2. l'action calorifique  $Q$  d'engagée par la combustion, le travail moteur disponible et le rendement global du cycle.

**Exercice4**

On se propose d'étudier le cycle à 4 temps développé par Ericsson. Ce cycle est parcouru par une masse constante d'air  $m=58 \text{ g}$ , considéré comme un gaz parfait. Ce système thermodynamique subit successivement les 4 transformations réversibles suivantes :

1. Une compression isotherme de l'état A ( $P_A = P_1, V_A, T_A = T_1$ ) vers l'état B ( $P_B = P_2, V_B, T_B$ ).
2. Un échauffement isobare de l'état B vers l'état C ( $P_C, V_C, T_C = T_2$ ).
3. Une détente isotherme de l'état C vers l'état D ( $P_D, V_D, T_D$ ).
4. Un refroidissement isobare de l'état D vers l'état A.

**On donne les valeurs suivantes :**

Constante des gaz parfaits :  $R = 8.314 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$ .

Capacité calorifique molaire à pression constante :  $C_p, m = \frac{7}{2}.R$

Masse molaire de l'air :  $M = 29 \text{ g.mol}^{-1}$ .

Taux de compression :  $\tau = P_2/P_1 = 5$ .

Température au point C :  $T_C = 1200 \text{ K}$ .

$V_A = 50\text{L}, P_1 = 10^5 \text{ Pa}$ .

1. Déterminer les valeurs numériques de  $P, V$  et  $T$  pour chacun des états A, B, C et D. On fera un tableau récapitulatif et on exprimera les résultats dans les unités SI.
2. Représenter le cycle dans le diagramme de Clapeyron.
3. Calculer les travaux et les quantités de chaleur échangés au cours des 4 transformations. Faire les applications numériques.
4. Donner la chaleur reçue ( $Q_{reçue}$ ) et la chaleur cédée ( $Q_{cédée}$ ) par l'air au cours du cycle. Donner le travail total échangé ainsi que la variation d'énergie interne totale. Conclure.
5. Pensez-vous que l'on pourrait utiliser cette machine thermique comme réfrigérateur, comme pompe à chaleur ou comme moteur thermique ?
6. Calculer le rendement ou l'efficacité de cette machine thermique.
7. Quel serait le rendement ou l'efficacité de cette machine thermique dans le cas où elle fonctionnerait suivant un cycle de Carnot entre les deux sources de chaleur aux températures  $T_1$  et  $T_2$  ? Comparer à la valeur déjà trouvée. Commenter le résultat.

8. Afin de connaître la puissance de cette machine thermique, on a mesuré le débit massique de l'air. La valeur mesurée est :  $\phi_m = 5.8 \text{ kg/s}$ . Sachant qu'un cycle utilise une masse  $m = 58 \text{ g}$ , quel est le temps correspondant à un cycle. En déduire la puissance développée par cette machine thermique.

#### IV.4.2. Corrigés

##### Exercice1

##### 1- Travail réel de compression :

$(w_{\text{comp}})_{\text{réel}} = H_{2'} - H_1 = C_p \times (T_{2'} - T_1)$  Pour une transformation isentropique :

$$T_2 = T_1 (P_2/P_1)^{(\gamma-1)/\gamma} = (27+273) \times (4)^{(1,4-1)/1,4} \quad T_2 = 522,33 \text{ K}$$

$$T_{2'} = T_1 + (T_2 - T_1) / \eta_{\text{comp}} = (27+273) + [522,33 - (27+273)] / 0,80$$

$$T_{2'} = 577,91 \text{ K}$$

$$(w_{\text{comp}})_{\text{réel}} = 1 \times [577,91 - (27+273)] = 277,91 \text{ KJ/Kg}$$

##### 2- Travail réel de détente dans la turbine :

$$(w_{\text{dét}})_{\text{réel}} = H_{4'} - H_3 = C_p \times (T_{4'} - T_3)$$

Pour une transformation isentropique :

$$T_4 = T_3 (P_4/P_3)^{(\gamma-1)/\gamma} = (1027+273) \times (1/4)^{(1,4-1)/1,4} \quad (P_4 = P_1; P_3 = P_2) \quad T_4 = 746,65 \text{ K}$$

$$T_{4'} = T_3 + (T_4 - T_3) \times \eta_{\text{dét}} = (1027+273) + [746,65 - (1027+273)] \times 0,65$$

$$= 940,32 \text{ K}$$

$$(w_{\text{dét}})_{\text{réel}} = 1 \times [940,32 - (1027+273)] = -359,67 \text{ KJ/Kg}$$

##### 3- L'apport thermique fourni/échappé par le cycle ( $Q_{23}$ , $Q_{41}$ ) :

$$Q_{23r} = H_3 - H_{2'} = C_p \times (T_3 - T_{2'}) = 1 \times [1027+273 - 577,91] = 722,09 \text{ KJ/Kg}$$

$$Q_{41r} = H_1 - H_{4'} = C_p \times (T_1 - T_{4'}) = 1 \times [27+273 - 940,32] = -640,32 \text{ KJ/Kg}$$

##### 4- Le rendement réel du cycle

$$\eta_{\text{th-réel}} = (w_{\text{cycle}})_{\text{réel}} / (q_1)_{\text{réelle}} = [ | (w_{\text{turb}})_{\text{réel}} | - | (w_{\text{comp}})_{\text{réel}} | ] / (q_{41})_{\text{réelle}}$$

$$\eta_{\text{th-réel}} = \frac{359,67 - 277,91}{640,32} = 0.127$$

##### Exercice2

##### 1- La puissance réelle nécessaire pour la compression de l'air est :

$$(P_{u \text{ comp}})_{\text{réel}} = \phi \times (w_{\text{comp}})_{\text{réel}} = \phi \times (H_{2'} - H_1) = \phi \times C_p \times (T_{2'} - T_1)$$

##### 1-2 pour une transformation adiabatique réversible (isentropique) :

$$T_2 = T_1 (P_2/P_1)^{(\gamma-1)/\gamma} = (30+273) \times (7/1)^{(1,4-1)/1,4} \quad T_2 = 528,32 \text{ K}$$

$$T_{2'} = T_1 + (T_2 - T_1) / \eta_{\text{comp}} = (20+273) + [528,32 - (30+273)] / 0,80$$

$$= 584,65 \text{ K}$$

$$(P_{u \text{ comp}})_{\text{réel}} = 20 \times 1 \times [584,65 - (30+273)] = 5633 \text{ KW}$$

##### 2- La puissance totale réelle produite par la turbine est :

$$(P_{u \text{ turb}})_{\text{réel}} = \phi \times (w_{\text{turb}})_{\text{réel}} = \phi \times (H_{4'} - H_3) = \phi \times C_p \times (T_{4'} - T_3)$$

$$T_4 = T_3 (P_4/P_3)^{(\gamma-1)/\gamma} = T_3 (P_1/P_2)^{(\gamma-1)/\gamma} = (650+273) \times (1/7)^{(1,4-1)/1,4}$$

$$= 529,35 \text{ K}$$

$$T_{4'} = T_3 + (T_4 - T_3) \times \eta_{\text{turb}} = (650+273) + [529,35 - (650+273)] \times 0,85 = 588,4 \text{ K}$$

$$(P_{u \text{ turb}})_{\text{réel}} = 20 \times 1 \times [(588,4 - (650+273))] \\ = - 6692 \text{ KW} = - 6,692 \text{ MW}$$

Ou en valeur absolue,

$$|(P_{u \text{ turb}})_{\text{réel}}| = 6692 \text{ KW} = 6,692 \text{ MW}$$

### 3- La puissance utile (disponible) sur l'arbre :

$$|(P_{u \text{ turb}})_{\text{réel}}| = [|(P_{u \text{ turb}})_{\text{réel}}| - |(P_{u \text{ comp}})_{\text{réel}}|] \times \eta_{\text{gen}} = (6692 - 5633) \times 0,9 = 953,1 \text{ KW}$$

### 4- Le rendement thermique du cycle théorique (réversible) :

$$\eta_{\text{th-theo}} = (w_{\text{cycle}})_{\text{theo}} / (q_1)_{\text{theo}} = [|(w_{\text{turb}})_{\text{theo}}| - |(w_{\text{comp}})_{\text{theo}}|] / (q_1)_{\text{theo}} \\ = [(H_3 - H_4) - (H_2 - H_1)] / [(H_3 - H_2)]$$

$$= [(T_3 - T_4) - (T_2 - T_1)] / (T_3 - T_2) \\ = [(650+273 - 529,35) - (528,32 - (273+30))] / (650+273 - 528,32) \\ = 0,427$$

### 5- Le rendement réel du cycle avec pertes de la chambre de combustion :

$$\eta_{\text{th-réel}} = (w_{\text{cycle}})_{\text{réel}} / (q_1)_{\text{réelle}} = [|(w_{\text{turb}})_{\text{réel}}| - |(w_{\text{comp}})_{\text{réel}}|] / (q_1)_{\text{réelle}} \\ = [(H_3 - H_4') - (H_2' - H_1)] / [(H_3 - H_2') / \eta_{\text{ch.c}}] \\ = [(T_3 - T_4') - (T_2' - T_1)] / [(T_3 - T_2) / \eta_{\text{ch.c}}] \\ = [(650+273 - 588,4) - (584,65 - (273+30))] / [(650+273 - 584,65) / 0,80] = 0,125$$

## Exercice3

### Pour des chaleurs massiques constantes

Tableau caractéristique des états :

Etat	Pression (bars)	Température (°C et K)	
		°C	K
1	1	20	293.15
2	17.8		
3	17.8	1000	1273.15
4	1		

1. Comme les transformations (1 → 2) et (3 → 4) sont isentropiques, la loi de transformation  $p.v^\gamma$  est constante. Donc :

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{P_2}{P_1}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad \text{Ce qui donne : } T_2 = 667.35 \text{ K ; } T_4 = 559.26 \text{ K}$$

$$\frac{T_4}{T_3} = \frac{P_4}{P_3}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

2. Le travail effectif : ( $C_{p \text{ air}} = C_{p \text{ gaz}} = 1 \text{ KJ/Kg.K}$ )

$$W_{\text{eff}} = \eta_{\text{méc,T}} C_{p \text{ gaz}} (T_3 - T_4) - \frac{1}{\eta_{\text{méc,C}}} C_{p \text{ air}} (T_2 - T_1) = 320.95 \text{ KJ/Kg}$$

### 3. L'action calorifique dégagée par la combustion

$$Q = C_{p\text{ gaz}}(T_3 - T_2) = 611.86 \text{ KJ/Kg}$$

### 4. Le rendement :

$$\eta_{\text{cycle}} = \frac{W_{\text{eff}}}{Q} = 0.525$$

Pour une chaleur spécifique à pression constante ( $C_p$ ) connue et constante, l'exercice se résout de fa, con simple et rapide. Il suffit d' appliquer les deux lois de transformation pour trouver les températures de fin de transformation. En est-il de même lorsqu'on modifie l'hypothèse de  $C_p$  constant ?

#### Exercice4

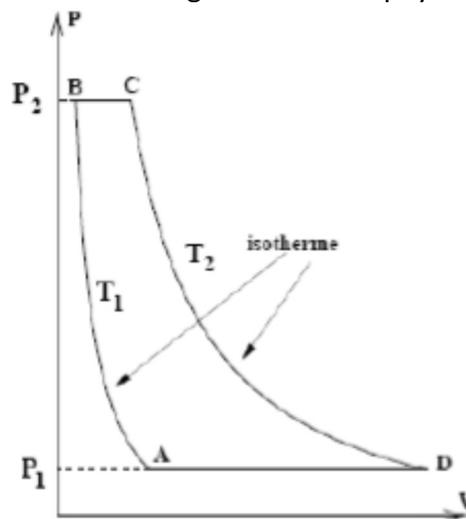
1. Calcul de nombre de moles d'air présent dans le cycle :

$$n = \frac{m}{M} = 2 \text{ moles}$$

En utilisant la loi des gaz parfaits, la propriété d'une transformation isotherme :  $PV =$  constante et la caractéristique d'une transformation isobare :  $V/T$  constante, on trouve facilement les variables d'état du gaz considéré :

	<b>P (Pa)</b>	<b>V (m<sup>3</sup>)</b>	<b>T (K)</b>
A	$10^5$	$50.10^3$	300.7
B	$5.10^5$	$10.10^3$	300.7
C	$5.10^5$	$40.10^3$	1200
D	$10^5$	$200.10^5$	1200

2. Représentation du cycle dans le diagramme de Clapeyron :



**Fig. IV.11.** Cycle TAG à compression et détente isothermes (Ericsson).

3. Calcul des travaux échangés au cours des quatre transformations :

- **Transformation AB : isotherme réversible**

$$\delta W_{AB} = -PdV = -RT_1 \cdot \frac{dV}{V} \rightarrow W_{AB} = -RT_1 \cdot \ln \frac{V_B}{V_A}$$

L'utilisation de la loi de Joule et du premier principe nous indique que pour une transformation isotherme :

$$\Delta U_{AB} = W_{AB} + Q_{AB} = 0 \rightarrow Q_{AB} = -W_{AB} = RT_1 \cdot \ln \frac{V_B}{V_A}$$

- **Transformation BC : isobare réversible**

$$\delta W_{BC} = -P_2 dV \rightarrow W_{BC} = -P_2 (V_C - V_B)$$

$$\delta Q_{BC} = n \cdot c_p dT = \frac{7}{2} nR (T_2 - T_1)$$

- **Transformation CD : isotherme réversible**

$$\delta W_{CD} = -PdV = -RT_2 \cdot \frac{dV}{V} \rightarrow W_{CD} = -RT_2 \cdot \ln \frac{V_D}{V_C}$$

- **Transformation DA : isobare réversible**

$$\delta W_{DA} = -P_1 dV \rightarrow W_{DA} = -P_1 (V_A - V_D)$$

$$\delta Q_{DA} = n \cdot c_p dT = \frac{7}{2} nR (T_1 - T_2)$$

- **Applications numériques**

	A-B	B-C	C-D	D-A
W (Joules)	8047	-15000	-32111	15000
Q (Joules)	-8047	52337	32111	-52337

4. Calcul :

$$Q_{re\c{c}ue} = \text{somme des quantités de chaleurs positives} = Q_{BC} + Q_{CD} = +84448 \text{ J}$$

$$Q_{c\acute{e}d\acute{e}e} = \text{somme des quantités de chaleurs négatives} = Q_{AB} + Q_{DA} = -60384 \text{ J}$$

$$W_{total} = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA} = -24064 \text{ J}$$

$$\Delta U_{cycle} = W_{total} + Q_{re\c{c}ue} + Q_{c\acute{e}d\acute{e}e} = 0 \text{ J}$$

On vérifie que  $\Delta U_{cycle} = 0 \text{ J}$  ; ce qui est attendu car U est une fonction d'état : sa variation sur un cycle est nulle.

5. Le travail total au cours du cycle est négatif ( $W_{total} < 0$ ). Il s'agit d'un moteur thermique.

6. Le rendement de ce cycle moteur est :  $\eta_{cycle} = \frac{W_{total}}{Q_{re\c{c}ue}} = \frac{24064}{84448} = 0.285$

7. Dans le cas d'un cycle de Carnot fonctionnant entre les deux sources de chaleur aux températures  $T_1$  et  $T_2$ , le rendement est :  $\eta_{Carnot} = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{300.7}{1200} = 0.749$ . Cette valeur est supérieure à celle déjà trouvée. Ceci vérifie bien que le cycle de Carnot est un cycle idéal qui présente un rendement maximal.

Si le débit massique d'air est :  $\phi_m = 5.8 \text{ kg/s}$ , sachant que la masse d'air circulant dans le cycle est  $m = 58 \text{ g} = 58 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$ , cela veut dire que la durée d'un cycle est :  $\Delta t = m / \phi_m = 0.01 \text{ s}$ .

Le travail fourni pendant un cycle est  $W_{total} = +24064 \text{ J}$ , on a donc une puissance :

$$\text{Puissance} = W_{total} / \Delta t = 2.4 \cdot 10^6 \text{ W}.$$

# CHAPITRE V

## Turbines à vapeur

## V.1. Rappel : Changement de phase d'un corps pur (liquide-vapeur)

Lorsqu'un corps pur évolue d'un état d'équilibre à un autre, on assiste dans certaines conditions à une modification importante et soudaine de ces propriétés optiques, mécaniques, électriques...

On dit alors qu'il subit un changement (transition) d'état (de phase). Ces phénomènes sont couramment observés, qu'il s'agisse du changement de l'eau liquide en vapeur ou en glace, mais cette définition englobe également d'autres phénomènes comme le passage du fer ! (réseau métallique cubique centré) au fer ! (réseau métallique cubique à faces centrées) à une température de 1176K sous pression atmosphérique, c'est alors une variation allotropique.

### V.1.1. Zone d'existence des différentes phases

On appelle changement d'état ou transition de phase la traversée d'une courbe d'équilibre du diagramme P, T

Durant le changement de phase, les deux états coexistent : l'état est diphasé.

Un changement d'état liquide-vapeur s'explique qualitativement par une agitation ou une vibration de plus en plus grande des molécules qui finissent par vaincre les forces de liaison, si la pression environnante est forte sur le liquide il faudra plus d'agitation donc une température plus forte. L'entropie croît dans une transition liquide-vapeur.

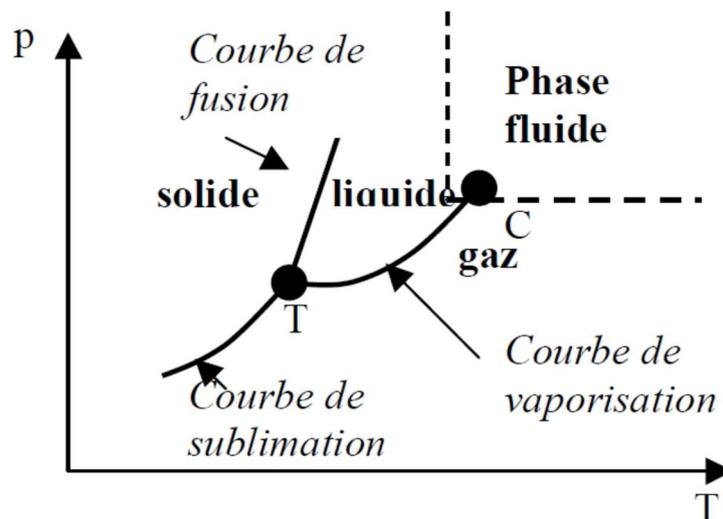


Fig. V.1. Transition liquide-vapeur

### V.1.2. Equilibre d'un corps pur sous deux phases

#### V.1.2.1. Condition et courbe d'équilibre

Considérons une masse  $m$  d'un corps pur, subissant une évolution réversible à  $T$  et  $p$  constantes (isotherme et isobare) :

Introduisons l'enthalpie libre  $G = U + PV - TS$

$$dG = dU + PdV + VdP - TdS - SdT = TdS - PdV + PdV + VdP - TdS - SdT \quad (V.1)$$

$$\text{Soit} \quad dG = VdP - SdT, \text{ donc } G(T, P) \quad (V.2)$$

On va utiliser cette fonction pour un système présentant deux phases 1 et 2  
L'enthalpie libre totale du système est une fonction extensive donc :

$$G = m x G_2 + m (1-x) G_1 \quad (V.3)$$

$G_1$  et  $G_2$  les enthalpies libres massiques des phases 1 et 2 à la température et à la pression de l'équilibre,  $m$  la masse totale et  $x$  la fraction massique en phase 2.

Pour que la coexistence des deux phases soit un état d'équilibre à  $T$  et  $p$ ,  $G$  doit atteindre un état d'équilibre, et ne plus varier en fonction de  $x$  :  $G_1(T, p) = G_2(T, p)$ .

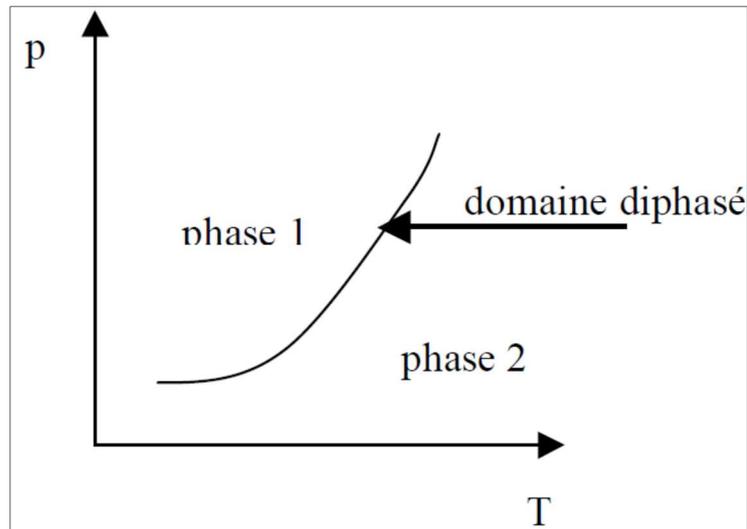


Fig. V.2. Courbe d'équilibre

#### V.1.2.2. Formule de Clapeyron

Considérons un corps pur sous deux phases en équilibre. On a égalité des enthalpies massiques  $G_1(T, p) = G_2(T, p)$ . Si on prend un autre état d'équilibre à  $T + dT$  et à  $P + dP$

On a :

$$G_1(T + dT, P + dP) = G_2(T + dT, P + dP) \quad (V.4)$$

Or on a montré que  $dG = VdP - SdT$

Soit par unité de masse

$$dG_1 = dG_2 \quad \text{Ou} \quad -S_1 dT + V_1 dP = -S_2 dT + V_2 dP \quad (V.5)$$

$$\Delta S = S_2 - S_1 = (V_2 - V_1) dP/dT \quad (V.6)$$

$V_2$ ,  $V_1$  et  $\Delta S$  sont des grandeurs massiques

$$H_{12} = L_{12} = T (V_2 - V_1) dP/dT \quad (V.7)$$

$dP/dT$  est calculé le long de la courbe d'équilibre de  $T$ .

Remarque :  $L_{12}$  et  $\Delta S$ , ont même signe,  $L_{12}$  est donc positif quand le désordre croît (par exemple pour une vaporisation).

### V.1.3. Titre en vapeur (teneur en vapeur)

Lorsqu'on est en présence du mélange liquide-vapeur, la pression étant fonction de T les variables d'état à utiliser est T ou p et x la proportion en masse de vapeur dans le mélange, ou encore titre en vapeur.

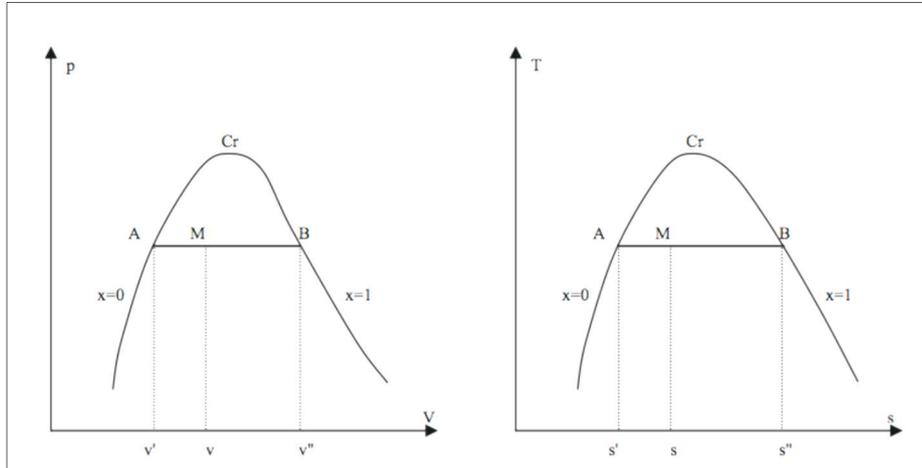


Fig. V.3. Titre en vapeur

**Notation usuelle :** il est d'usage d'utiliser des lettres primées une fois pour les grandeurs relatives au liquide saturant et des lettres primées deux fois pour celles de la vapeur saturante. Les lettres minuscules sont souvent réservées aux grandeurs massiques.

Soit  $m$  la masse total du corps sous deux phases :

$$m = m' + m'' \quad (\text{V.8})$$

Le titre en vapeur est alors  $X = m''/m$

**Remarque importante :**

$X$  s'exprimera en fonction des variables extensives utiles, pratiquement le volume, l'enthalpie et l'entropie.

Raisonnons par exemple avec le volume :

$V = V' + V''$ , ou les volumes sont totaux

En grandeurs massiques  $V = mv = m'v' + m''v''$

En introduisant  $x$  on obtient  $v = xv'' + (1-x)v'$

On d déduit que :

$$X = \frac{V - V'}{V'' - V'} = \frac{h - h'}{h'' - h'} = \frac{s - s'}{s'' - s'} \quad (\text{V.9})$$

## V.2. Généralités

### V.2.1. Principe de fonctionnement de la turbine à vapeur (TAV)

La turbine à vapeur est un moteur thermique à combustion externe, fonctionnant selon le cycle thermodynamique dit Clausius-Ranhome. Ce cycle se distingue par le changement d'état affectant

le fluide moteur qui est en général de la vapeur d'eau. Ce cycle comprend au moins les étapes suivantes :

- ✓ L'eau liquide est comprimée par une pompe et envoyée vers la chaudière
- ✓ La vapeur se détend dans la turbine en fournissant de l'énergie mécanique
- ✓ La vapeur détendue est condensée au contact de la source froide sous vide partiel. La turbine en constitue une évolution exploitant les principaux avantages des turbomachines à savoir :
  - ✓ Puissance massique et puissance volumique élevée
  - ✓ Rendement améliorée par la multiplication des étages de détente



Fig. V.4. TAV industrielle

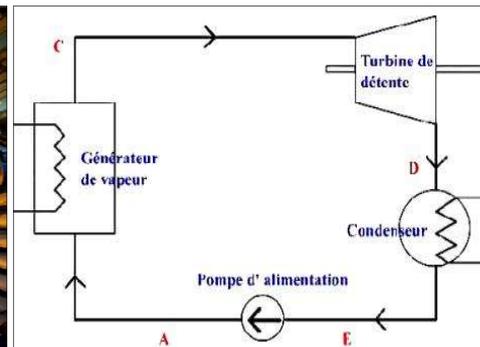


Fig. V.5. Installation de TAV

### V.2.1. Les principaux composants des turbines à vapeur

- **Alternateur :**

L'alternateur est une machine électrique du type génératrice à courant alternatif qui transforme l'énergie mécanique en énergie électrique. Il est entraîné par la turbine [3].

- **Transformateurs :**

Transformateur principal (TP) : L'évacuation de l'énergie produite par l'alternateur est évacuée sur le réseau haute tension à travers un transformateur principal élévateur : 13800V/63000V, un disjoncteur 63 KV, trois câbles souterrains à pression d'huile et une ligne triphasée aérienne.  
 Transformateur de soutirage (TS) : Les auxiliaires du groupe sont alimentés à travers un transformateur de soutirage (TS) abaisseur : 13800V/6300V en service normal et un transformateur de démarrage (TD) abaisseur : 63000V/ 6300V en secours.

- **Chaudière :**

Le rôle du générateur de vapeur est d'extraire l'énergie calorifique du combustible pour la céder à l'eau et produire de la vapeur à des paramètres fixés. Il constitue la source chaude du cycle thermodynamique. Cette vapeur sera utilisée par la turbine pour fournir de l'énergie mécanique.

- **Condenseur :**

Afin de maximiser le rendement de la turbine à vapeur, la pression et la température de la sortie de vapeur doivent être aussi basses que possible. Pour cela, la vapeur qui sort de la turbine est dirigée vers le condenseur où elle est refroidie et condensée. Le condenseur est un échangeur de chaleur avec des milliers de tubes dans lesquels l'eau du circuit de refroidissement circule. La vapeur circule sur les tubes et se condense au contact de ceux-ci. L'eau du circuit de refroidissement extrait alors la chaleur de la vapeur.

• **Pompe d'alimentation :**

La pompe KSB à très haute pression est une pompe a centrifuge multicellulaire. Elle comprend un corps d'aspiration, un corps de refoulement et un certain nombre d'étages ou de cellules assemblées par des tirants. L'eau, provenant de la bêche alimentaire à la pompe, possède une énergie de pression et une énergie cinétique qui seront augmentées dans les turbines en mouvement pour alimenter le générateur de vapeur (chaudière) en quantité nécessaires d'eau pour maintenir le niveau normal.

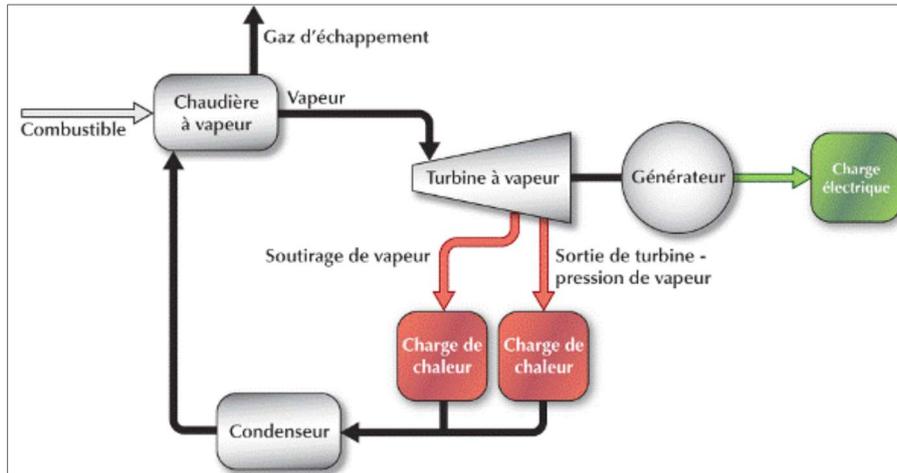


Fig. V.6. Schémas d'une turbine à vapeur

**V.3. Cycles de Rankine sans surchauffe**

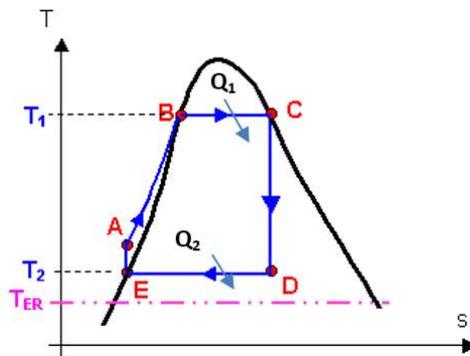


Fig. V.7. Cycle de Rankine sans surchauffe

• **Etude des différentes transformations :**

✓ **Travail de compression**

L'application du premier principe de la thermodynamique permet d'écrire :

$$dh = dQ + dW + K + gz \quad dQ=0 ; dW=Vdp \quad (V.10)$$

$$dh = Tds + dW$$

$$\longrightarrow dh = Vdp \quad (V.11)$$

En faisant l'approximation que le volume massique de l'eau reste constant sur l'intervalle de pression considéré :  $\Delta h = h_A - h_E = V dp = V \int_{p_E}^{p_A} dp = V (p_A - p_E) > 0$  (V.12)

✓ **Transfert thermique dans le générateur de vapeur (chaudière)**

On décompose la transformation AC en deux étapes : échauffement isobare du liquide puis vaporisation à la pression  $p_A = p_B = p_C$ .

a. Calcul de la chaleur reçue lors de l'échauffement isobare de l'eau (AB) :

L'application du premier principe permet d'écrire :

$dh = dQ + dW$  ;  $dW=0$  (puisque il n'y a pas de parties mobiles dans le GV)

$$dh = dQ = C_{eau} dT \quad (V.13)$$

En supposant que  $C_{eau}$  est en première approximation indépendant de la température (constante) et après intégration :  $\Delta h = h_B - h_A = C_{eau} (T_B - T_A)$  (V.14)

b. Calcul de l'enthalpie de vaporisation de l'eau (BC) :

$dh = dQ = dm L_{vap}(T_B) = L_{vap}(T_B)$  ( $L_{vap}(T)$  : enthalpie de vaporisation à la température du changement d'état).

$$\Delta h = h_C - h_B = L_{vap}(T_B) \quad (V.15)$$

➡ L'unité de masse d'eau reçoit lors de son échauffement puis de sa vaporisation une énergie thermique :  $Q_{chaude} = Q_1 = h_C - h_A$  (si  $Q_1$  augmente le rendement du cycle diminue)

✓ **Détente isentropique dans la turbine**

$dh = dQ + dW$  ;  $dQ=0$  (transformation isentropique) ➡  $\Delta h = h_D - h_C < 0$

$h_D$  peut être déterminée des courbes de saturation ou calculée moyennement en connaissant les grandeurs des tables thermodynamiques :

L'entropie est une grandeur extensive ce qui permet la relation suivante d'écrire au point D :

$$S_D = X S_{D,vap} + (1-X) S_{D,liq} \quad X = \frac{S_D - S_{liq}}{S_{vap} - S_{liq}} \quad S_D = S_C \text{ (transformation isentropique)} \quad (V.16)$$

Avec  $s_{vap}$  et  $s_{liq}$  respectivement les entropies massiques de la vapeur saturante et du liquide de saturation à la pression de fin de détente et X le titre de mélange (liquide-vapeur) Ce qui donne l'enthalpie  $h_D$  :

$$h_D = X h_{D,vap} + (1-X) h_{D,liq} \quad (V.17)$$

✓ **Transfert thermique au condenseur**

**Quantité de chaleur échangée au condenseur (DE) :**

**Hypothèse :**  $p_D = p_E$  transformation isobare

L'application du premier principe permet d'écrire :

$$dh = dQ + dW ; dW=0 \text{ (transformation isobare)}$$

$$\Delta h = h_D - h_C < 0$$

### V.3.1. Rendement thermique

Le rendement thermique est défini comme le rapport entre l'énergie utile et l'énergie totale reçue par le système {1 kg d'eau}. Pour l'installation étudiée, au cours d'un cycle :

le travail massique récupéré lors de la détente de la vapeur dans la turbine constitue l'énergie utile.

L'énergie thermique reçue par 1 kg d'eau au GV et le travail massique reçu par l'eau lors de sa compression constitue l'énergie totale reçue.

Ce qui permet d'écrire :

$$\eta_{th} = \frac{\text{travail de la turbine} - \text{tra de la pompe}}{\text{quantité de chaleur absorbée}} = \frac{(h_C - h_D) - (h_A - h_E)}{h_C - h_A} \quad (\text{V.18})$$

D'après le 1<sup>er</sup> Principe ( $W + Q_1 + Q_2$ ) cycle = 0 ;  $w_e = -W = Q_1 + Q_2$

$$\eta_{th} = \frac{W_e}{Q_1} = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1} = 1 + \frac{Q_2}{Q_1} ; Q_2 < 0 \quad (\text{V.19})$$

### V.4. Cycle de Rankine avec surchauffe (Hirn)

Dans le cas du cycle de RANKINE, on peut apercevoir qu'en fin de détente, le point de fonctionnement se trouve à l'intérieur de la courbe de saturation. Ceci montre qu'en fin de détente, il y a début de liquéfaction et formation de gouttes d'eau liquide. Ceci peut endommager gravement la roue de la turbine. Il y aura donc intérêt à éliminer cette formation d'eau liquide en cours de détente. Pour cela, on peut augmenter la température de la vapeur en la surchauffant.

La surchauffe isobare de la vapeur saturante est la transformation CC', La vapeur au point C est dite vapeur sèche.

L'intérêt de la surchauffe est d'augmenter l'efficacité e de l'installation. Le travail récupéré lors de la détente de la vapeur surchauffée rapporté à la dépense en énergie thermique principalement est plus important pour le cycle de Hirn que pour le cycle de Rankine.

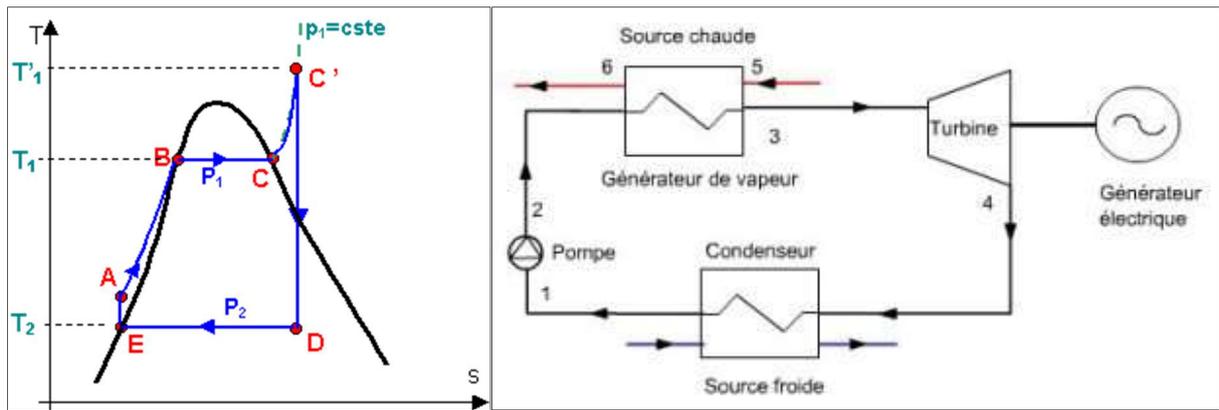


Fig. V.8. Turbine à vapeur avec surchauffe (Cycle de Hirn)

V.4.1. Rendement thermique

$$\eta_{th} = \frac{W_T}{Q} = \frac{W_{C'D}}{Q_{AC'} + W_{EA}} = \frac{h_D - h_{C'}}{(h_C - h_A) + (h_A - h_E)} \tag{V.20}$$

$W_p = W_{EA} = (h_A - h_E)$  est négligeable

$$\eta_{th} = \frac{h_D - h_{C'}}{(h_C - h_A)} \tag{V.21}$$

V.5. Cycles à soutirage

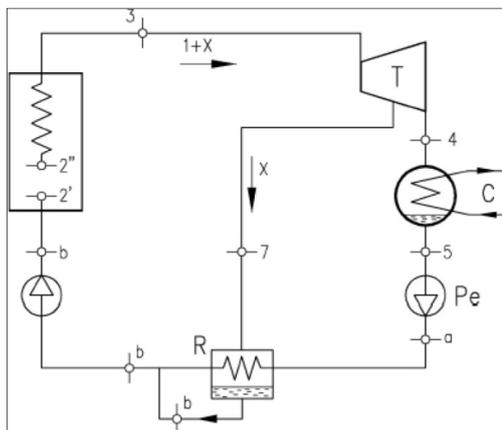


Fig. V.9. TAV à soutirages

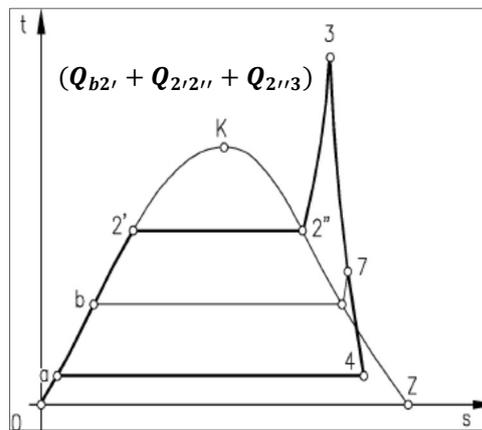


Fig. V.10. Cycle à soutirages

Le soutirage sert à Augmenter le flux de vapeur vive d'une fraction X, dont la chaleur résiduelle est utilisée pour chauffer le flux sortant du condenseur.

(3-4) Travail de détente :  $W_{34} = (h_3 - h_4)$  (V.22)

(4-5) Condensation isotherme et isobare (Vapeur/liquide)

(5-a) Pompage d'eau  $h_5 = h_a$

(a-b) Chauffage de l'eau dans le mélangeur au contact de la fraction X soutirée hypothèse : le point b est sur la courbe de saturation

(3-7) Détente de la fraction x de vapeur, de HP à MP, dans la turbine.

$$W_{37} = (h_3 - h_7) \tag{V.23}$$

**(7-b)** Condensation de la fraction X soutirée jusqu'à eau liquide, à la pression MP la quantité de chaleur nécessaire au changement de phase sert à chauffer l'eau de a à b

**(b-b)** pompage de la quantité  $(1 + x)$  d'eau liquide, passage de MP à HP hypothèse : les points sont confondus et situés sur la courbe de saturation

**(b-2')** Chauffage isobare de la quantité  $(1 + X)$  d'eau

$$Q_{b2'} = (h_{2'} - h_b) \quad (\text{V.24})$$

**(2'-2'')** Evaporation isobare et isotherme de la quantité  $(1 + X)$  dans le GV.

$$Q_{2'2''} = (h_{2'} - h_{2''}) \quad (\text{V.25})$$

**(2''-3)** chauffage isobare de la quantité  $(1 + X)$  de vapeur.

$$Q_{2''3} = (h_3 - h_{2''}) \quad (\text{V.26})$$

#### V.5.1. Rendement thermique

$$\eta_{\text{th}} = \frac{W_{37} + W_{34}}{Q_{b2'} + Q_{2'2''} + Q_{2''3} + W_{p1} + W_{p2}} \approx \frac{(h_3 - h_4) + X(h_3 - h_7)}{(1+X)(h_3 - b)} \quad (\text{V.27})$$

$$Q_1 = Q_{b2'} + Q_{2'2''} + Q_{2''3} + W_{p1}$$

## V.6. Applications et Corrigés

### V.6.1. Applications

#### Exercice1

Afin de produire une puissance utile de  $P_u = 80 \text{ MW}$  à la turbine à vapeur TAV, on envisage un cycle de Rankine, la température minimale au condenseur est  $T_A = 306 \text{ K}$ . Les caractéristiques de la vapeur saturée à l'entrée de la turbine sont  $P = 28 \text{ bar}$  et  $T_c = 503 \text{ K}$ . (Voir table de saturation de l'eau ci-dessous).

Le mélange sortant de la turbine est caractérisé par un titre en vapeur  $X_v = 0.88$ . On demande de :

1. Calculer les quantités de chaleur produite/cédée  $Q_1$  et  $Q_2$
2. Calculer le rendement thermique du cycle en fonction des quantités de chaleur  $Q_1$  et  $Q_2$ .
3. Déduire le débit massique  $Q_m$  requis pour produire la puissance utile  $P_u$ .

On donne :  $Q_m \approx P_u / |W_t|$  ( $W_t$  : travail de détente à la TAV).

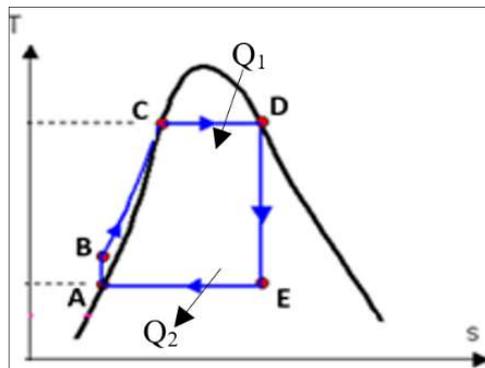


Fig. V.11. Cycle de Rankine

#### Exercice2

On adopte le modèle de machine à vapeur suivant : un système fermé constitué de 1 kg d'eau sous deux phases liquide et vapeur décrit un cycle **ABCD**. Les évolutions **BC** et **DA** sont adiabatiques et réversibles ; les évolutions **AB** et **CD** sont isothermes et isobares. On note **X** le titre massique en vapeur. Les données concernant le cycle et les enthalpies extraites des tables de saturation sont regroupées successivement dans les tableaux ci-dessous.

	A	B	C	D
<b>P (en bar)</b>	20	20	1	1
<b>T (en K)</b>	485	485	373	373
<b>X (%)</b>	0	100	83	19

T(en K)	P (en bar)	$h_l$ (kJ.kg <sup>-1</sup> )	$h_v$ (kJ.kg <sup>-1</sup> )
485	20	909	2801
373	1	418	2676

- Etudier le bilan énergétique des différentes transformations.
- Calculer le rendement global de cette machine.

**Exercice3**

Un débit masse d'eau de 75 [kg/s] subit une série d'évolutions :

- 1-2 : un relèvement de pression adiabatique avec des travaux de frottement caractérisés par un rendement interne égal à 0.8 ; ceci a lieu dans une pompe.
- 2-3 : un relèvement isobare d'enthalpie dans une chaudière.
- 3-4 : une détente dans une vanne.
- 4-5 : une détente dans une turbine à vapeur caractérisée par un rendement isentropique interne égal à 0.86.
- 5-1 : une condensation isobare de la vapeur d'eau jusqu'à un état de liquide saturé.

L'état 1 est caractérisé par une pression de 0.05 bar. La pression en 2 vaut 80 bars. Dans la chaudière, l'eau est soumise à un flux calorifique de 225 MW ; le rendement de la chaudière est supposé unitaire et les pertes de charge  $y$  sont négligées. A l'état 4, la pression vaut 28 bars. La pression en 5 vaut 0.05 bar. On demande :

1. Représenter qualitativement les différentes évolutions dans un diagramme (h, s).
2. Compléter le tableau ci-dessous par les caractéristiques (p, t, h, s, x) de l'eau aux divers états.
3. Calculer la puissance motrice de la pompe ( $P_m, P$ ) et la puissance de la turbine ( $P_m, T$ ).

Etats	P (bars)	T (K)	H (kJ.kg <sup>-1</sup> )	Titre %	S (kJ.kg <sup>-1</sup> )
1	0.05			0	
2	80				
2 <sub>s</sub>	80				
3	80				
4	28				
5 <sub>s</sub>	0.05				
5	0.05				

**Exercice4**

Afin de produire une puissance nette de 125 MW, on envisage différents types de cycles.

Pour ceux-ci, la pression au condenseur supposée invariable est de 0.05 bar. Les caractéristiques de la vapeur surchauffée à l'entrée de la turbine basse pression sont  $p = 30$  bar et  $t = 540^\circ\text{C}$ . Le rendement mécanique ( $\eta_{\text{mec}}$ ) vaut 0.998.

Si le cycle est similaire à un cycle de Rankine-Hirn ou l'on suppose que la détente dans la turbine est caractérisée par un rendement isentropique  $\eta_{\text{si}} = 0.88$ , on demande de :

On demande, pour chaque cycle :

- Exterminer le travail moteur, le rendement thermique ( $\eta_t$ ) et les caractéristiques (p, t, h, x, s) aux divers états.
- Représenter ces différents états dans un diagramme (h, s).

- Calculer les valeurs du débit-masse d'eau.

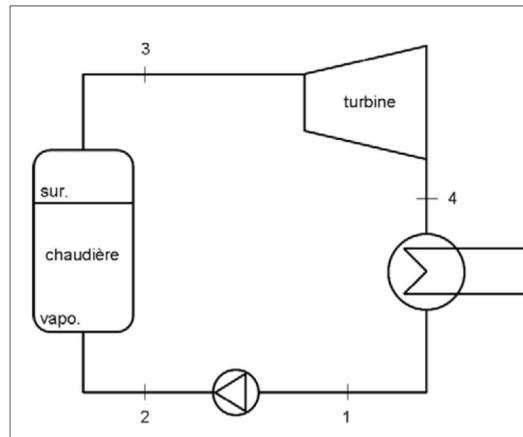


Fig. V.12. TAV de cycle simple

## V.6.2. Corrigés

### Exercice1

L'application de premier principe de la thermodynamique pour un cycle de Rankine ouvert et régime permanent donne  $dh = dQ + dW$

Le bilan énergétique (Voir table de saturation R718 en annexe) :

#### 1- Compression isentropique ( $dQ=0$ ) :

$$\Delta h_c = h_B - h_A = W_{\text{comp}} = V dp = V (P_B - P_A)$$

$$\Delta h = 1.0057 \times 10^{-3} \times (28 - 0.05) \times 10^5$$

$$W_{\text{comp}} = 2.81 \text{ KJ/Kg}$$

#### 2- Echauffement isobare ( $dW=0$ ) :

$$\Delta h_E = h_C - h_B$$

$$h_B = W_{\text{comp}} + h_A = 2.81 + 137.88 = 140.69 \text{ KJ/Kg}$$

$$\Delta h_E = 990.77 - 140.69 = 850.08 \text{ KJ/Kg}$$

#### 3- Vaporisation isobare ( $dW=0$ ) :

$$\Delta h_V = h_D - h_C = 2803.61 - 990.77 = 1812.84 \text{ KJ/Kg}$$

$$Q_1 = h_D - h_A = 2803.61 - 140.69 = 2662.92 \text{ KJ/Kg}$$

#### 4- Détente isentropique ( $dQ=0$ ) :

$$\Delta h_d = h_E - h_D = W_{\text{tur}}$$

$$h_E = X h_{E \text{ vap}} + (1-X) h_{E \text{ liq}} \quad (X \text{ est le titre en vapeur})$$

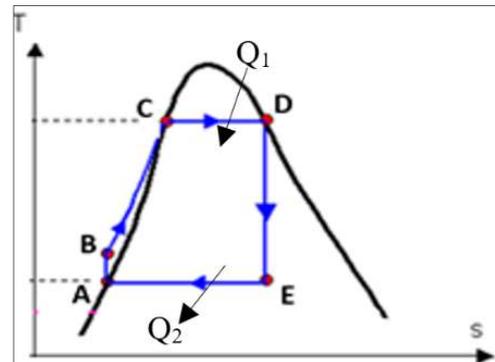
$$h_E = 0.88 \cdot 2561.35 + (1-0.88) \cdot 137.88 = 2270.53 \text{ KJ/Kg}$$

$$W_{\text{tur}} = 2270.53 - 2803.61 = -533.07 \text{ KJ/kg}$$

#### 5- Condensation isobare :

$$\Delta h_c = h_A - h_E = Q_2 = 137.88 - 2270.53 = -2132.65 \text{ KJ/kg}$$

$$\eta_{\text{th}} = \frac{|W_t| - W_c}{Q_c} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{2132.65}{2662.92} = 0.20$$



**6- Débit massique**

$$Q_m \approx P_u / |W_t| = 80.10^6 / 533.07. 10^3 = 150.07 \text{ Kg/s}$$

**Exercice2**

**1- (AB) Vaporisation isotherme**

$$h_B - h_A = Q_C = 2801 - 909 = 1892 \text{ KJ/Kg}$$

**2- (BC) Détente isentropique**

$$h_C - h_B = W_T$$

$$h_C = X h_{C \text{ vap}} + (1-X) h_{C \text{ liq}} \text{ (X est le titre en vapeur)}$$

$$h_C = 0.83 \times 2676 + (1-0.83) \times 418 = 2292.14 \text{ KJ/Kg}$$

$$h_C - h_B = 2292.14 - 2801 = -508.86 \text{ KJ/Kg}$$

**3- (CD) Condensation isotherme**

$$h_D - h_C = ?$$

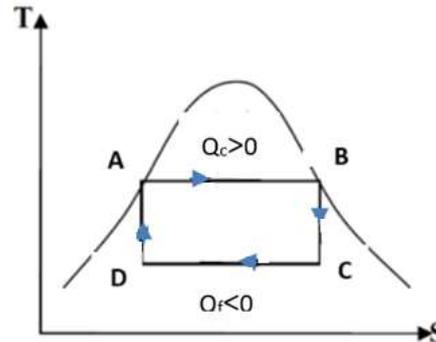
$$h_D = X h_{D \text{ vap}} + (1-X) h_{D \text{ liq}} \text{ (X est le titre en vapeur)}$$

$$h_D = 0.19 \times 2676 + (1-0.19) \times 418 = 847.02 \text{ KJ/Kg}$$

$$h_D - h_C = -1445.12 \text{ KJ/Kg}$$

**4- (DA) Compression isentropique**

$$h_A - h_D = Q_f = 909 - 847.02 = 61.98 \text{ KJ/Kg}$$

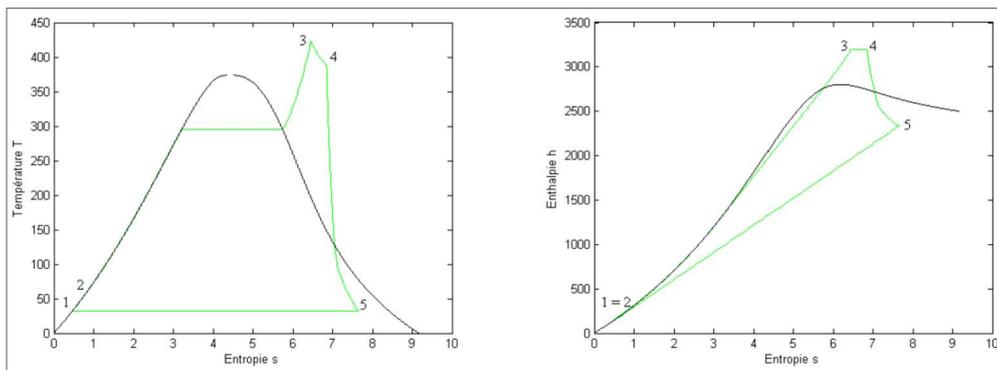


**Le rendement thermique du cycle**

$$\eta_{th} = \frac{|W_t| - W_C}{Q_C} = \frac{508.86 - 61.98}{1892} = 0.236$$

**Exercice3**

- **Les diagrammes (enthalpique et entropique) :**



**Fig. V.13. Diagramme entropique et enthalpique**

- **Caractéristiques thermodynamiques à chaque point :**

Etats	P (bars)	T (°C)	H (kJ.kg <sup>-1</sup> )	Titre %	S (kJ.kg <sup>-1</sup> )
1	0.05	33	138	0	0.4778
2	80	33.68	146	/	0.7178

3	80	402.4	3146	/	6.3756
4	28	361	3146	/	6.8227
5 <sub>s</sub>	0.05	33	2089	0.8055	6.8227
5	0.05	33	2237	0.866	7.328

### Calcul des puissances

$$P_{m,p} = \phi_m \times (h_2 - h_1) = 75 \times (140 - 138) = 0.75 \text{ [MW]}$$

$$P_{m,T} = \phi_m \times (h_4 - h_5) = 75 \times (3148 - 2237) = 68.325 \text{ [MW]}$$

### Exercice4

La température de sortie des chaudières est limitée aux alentours de [540 °C – 560 °C].

Cette limite n'est pas fixée par la tenue des turbines de détente mais par le matériau des canalisations de la chaudière : de l'acier ferrugineux (fond à 560 °C).

Le titre de sortie d'une turbine doit être au supérieur à 0.88 pour éviter que trop de gouttelettes ne se forment.

### Détermination des caractéristiques de l'état 3

En sortie de chaudière, le fluide se trouve à l'état de vapeur surchauffée. La connaissance de la pression  $p_3$  et de la température  $T_3$  suffit au calcul de  $h_3$  et  $s_3$  (Table thermodynamique en annexe).

$$h_3 = 3546 \text{ kJ/kg} ; s_3 = 7.3464 \text{ kJ/kg.K}$$

L'état 3 est ainsi complètement défini.

### Détermination des caractéristiques de l'état 4

La détente isentropique du point 3 au point 4s nous fournit l'entropie de ce point :

$$s_{4s} = 7.3464 \text{ kJ/kg.K}$$

Les données de l'exercice fournissent la pression de condensation :

$$p_4 = p_{4s} = 0.05 \text{ [bar]}$$

A partir de la pression de condensation et via les tables de la vapeur d'eau saturée, on obtient les données suivantes :

$$t_4 = t_{4s} = 33 \text{ [°C]} ; s'_{4s} = 0.4778 \text{ kJ/kg.K} ; s''_{4s} = 8.3885 \text{ kJ/kg.K}$$

Ce qui permet de calculer le titre de détente isentropique :

$$s_{4s} = X_{4s} \cdot s''_{4s} + (1-X) \cdot s'_{4s}$$

$$X_{4s} = 0.868$$

La connaissance du titre nous permet de calculer l'enthalpie qu'aurait le fluide en sortie d'une détente isentropique :

$$h_{4s} = X_{4s} \cdot h''_{4s} + (1-X_{4s}) \cdot h'_{4s}$$

$$h_{4s} = 2240 \text{ kJ/kg}$$

Ce qui nous permet de calculer l'enthalpie réelle du fluide après détente via la définition du rendement isentropique de détente :

$$\frac{h_3 \cdot h_4}{h_3 - h_{4s}} < 1$$

$$h_4 = 2396 \text{ kJ/kg}$$

On calcule le titre de fin de détente réelle :

$$h_4 = X_4 \cdot h''_4 + (1 + X_4) \cdot h'_4$$

$$X_4 = 0.932$$

D'où on caractérise complètement cet état par le calcul de  $s_4$  :

$$s_4 = X_4 \cdot s''_4 + (1 + X_4) \cdot s'_4$$

$$s_4 = 7.847 \text{ kJ/kg.K}$$

### Détermination des caractéristiques de l'état 1

Par hypothèse du fonctionnement du cycle de Rankine-Hirn, le fluide est à l'état de liquide saturé en sortie du condenseur ( $x_1 = 0$ ). Sa température et sa pression sont donc identiques à celles de sortie de la détente. Les caractéristiques du point 1 se trouvent donc directement dans les tables thermodynamiques :

$$h_1 = h'(0.05) = 137.7 \text{ kJ/kg}$$

$$s_1 = s'(0.05) = 0.4778 \text{ kJ/kg.K}$$

### Détermination des caractéristiques de l'état 2

N'ayant aucune information sur le comportement de la pompe, nous supposons son évolution isentropique. Puisque la pompe sert à augmenter la pression du fluide et que son comportement est isentropique, le fluide y reste constamment à l'état de liquide. Le titre 2 est donc non défini.

$$s_2 = s_1 = 0.4778 \text{ kJ/kg.K}$$

Le travail de compression s'établit ainsi, en rappelant que l'eau liquide est un fluide incompressible (le volume massique  $v$  est une constante) et que la transformation isentropique adiabatique ( $q=0$ ) est réversible ( $w_f = 0$ ) :

$$W_m = \int_1^2 v dp + W_f = \int_1^2 v dp = v(p_2 - p_1)$$

$$= \Delta h - q = \Delta h = h_2 - h_1$$

$$h_2 = h_1 + v(p_2 - p_1) = 140.8 \text{ kJ/kg}$$

A cette température initiale, le coefficient  $\mu_T$  vaut 0.09 et le coefficient  $c_p$  vaut 4.18.

L'écriture de la différentielle totale de l'enthalpie :

$$dh = \left(\frac{dh}{dT}\right)_p dT + \left(\frac{dh}{dp}\right)_T dp = c_p dT + \mu_T dp$$

$$\Delta T = \left(\frac{v - \mu_T}{c_p}\right)_p \Delta p = \frac{(0.001005 \cdot \frac{10^5}{10^5} - 0.09)(30 - 0.05)}{4.18} = 0.0752$$

La température à l'état 2 vaut donc :  $T_2 = 32.975^\circ\text{C}$ .

# Bibliographie

---

## **Références**

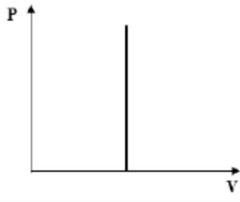
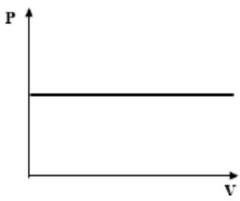
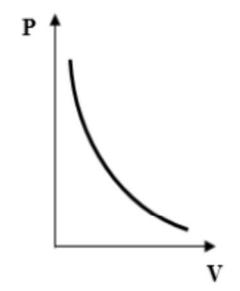
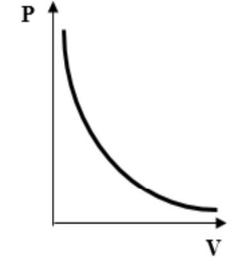
- [1] JEAN-NOËL Foussard et Edmond Julien, Thermodynamique, bases et applications, édition Dunod, Paris 2005.
- [2] JOSE-PHILIPPE PÉREZ, Thermodynamique, Fondements et applications, 3e édition, Dunod, Paris 2020.
- [3] Lucien Borel, Thermodynamique et énergétique, édition Presses polytechniques et universitaires romandes, Lausanne 1991.
- [4] OLIVIER BONNEFOY, Thermodynamique, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Saint-Etienne 9 mai 2016.
- [5] GORDON John Van Wylen, Richard Edwin Sontag, Thermodynamique appliquée, Editions du Renouveau Pédagogique, Montréal, 1992.
- [6] Olivier Perrot, Cours de Thermodynamique, I.U.T. de Saint-Omer Dunkerque Département Génie Thermique et énergie, 2011.
- [7] P. Arquès, Conception et construction des moteurs alternatifs, Ellipse 2000.
- [8] H. Memetau, Techniques fonctionnelles de l'automobile : Le Moteur et ses auxiliaires, Dunod Paris 2002.
- [9] MAURICE Bailly, Thermodynamique technique, volumes 1,2 et 3, Bordas Paris –Montréal 1971.
- [10] EMILIAN Koller, Machines thermiques, collection technique et ingénierie Dunod, 2005.
- [11] FOHR Jean-Paul, Thermodynamique des systèmes fluides et des machines thermiques : Principes, modèles et applications, Lavoisier 2010.
- [12] CENGEL Yunus, Thermodynamics an engineering approach, John Wiley and Sons, Inc. 1st edition, 2010.
- [13] MOUAD Diny, Etude du fonctionnement d'une machine frigorifique à adsorption modélisation des transferts de chaleur et de masse et optimisation du fonctionnement de la machine, thèse de Doctorat, Université de Henry Poincaré, Nancy, 1996.
- [14] FRANCIS Meunier & DANIEL Colbourne, les fluides frigorigènes : Composés halogénés et fluides naturels Dunod, 2014.
- [15] TAYEB Ouksel, Cours Moteurs à Combustion Interne, Université Larbi Ben M'hidi Oum El Bouaghi, 2020.
- [16] BENOIT Eaux, Simulation aux Grandes Échelles d'un moteur à allumage commandé - Évaluations des variabilités cycliques, Thèse de Doctorat, Université de Toulouse, Juin 2010.

- [17] FKIH ben Salah, TD de Thermodynamique Série n°4, Université Sultan Moulay Slimane, 2020.
- [18] ALESSANDRO Parente, Thermodynamique appliqué : cycles moteurs, Université de Bruxelles, 2011.
- [19] OLIVIER Cleynen, Thermodynamique de l'ingénieur, Framabook, Magdeburg, Saxony-Anhalt, Germany, Seconde édition (Novembre 2018).



# Annexes

## Annexes

Transformation	$P = P(V)$	Equation caractéristique	W	Q	$\Delta U$
<b>Isochore</b> $V = \text{Cte}$		$\frac{P}{T} = \text{Cte}$	$W = 0$	$Q = C_v(T_f - T_i)$ $C_v = \frac{nR}{\gamma - 1}$	$\Delta U = C_v(T_f - T_i)$
<b>Isobare</b> $P = \text{Cte}$		$\frac{V}{T} = \text{Cte}$	$W = -P(V_f - V_i)$	$Q = C_p(T_f - T_i)$ $C_p = \frac{n\gamma R}{\gamma - 1}$	$\Delta U = \dot{Q} + \dot{W}$
<b>Isotherme</b> $T = \text{Cte}$		$PV = \text{Cte}$	$W = -nRT_1 \ln \frac{V_f}{V_i}$	$Q = nRT_1 \ln \frac{V_f}{V_i}$	$\Delta U = 0$
<b>Adiabatique</b> $Q = 0$		$PV^\gamma = \text{Cte}$ $TV^{\gamma-1} = \text{Cte}$ $TP^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \text{Cte}$	$W_{\text{adiabatique réversible}} = \frac{P_0 V_0^\gamma}{\gamma - 1} [V_f^{\gamma-1} - V_i^{\gamma-1}]$	$Q = 0$	$\Delta U = W$

Transformation réversible  
+ Gaz parfait

$$\left\{ \begin{array}{l} PV = nRT \\ C_P / C_V = \gamma \\ C_P - C_V = R \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} dW = -P.dV \\ dU = \delta Q + \delta W \\ = d(PV)/(\gamma-1) \\ dS = \delta Q/T \end{array} \right. \text{ et } \left\{ \begin{array}{l} C_P = R.\gamma/(\gamma-1) \\ C_V = R/(\gamma-1) \\ \gamma \approx 1,3 - 1,4 \\ R \approx 8,31 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K} \end{array} \right.$$

	Isobare	Isochore	Isotherme	Adiabatique
	P	V	T	$T^\gamma P^{1-\gamma}, PV^\gamma, TV^{\gamma-1}$
dQ	$nC_{p,m}dT = P.dV.\gamma/(\gamma-1)$	$nC_{v,m}dT = V.dP/(\gamma-1)$	P.dV	0
dW	-P.dV	0	-P.dV	-P.dV
dU	$nC_{p,m}dT - P.dV = P.dV/(\gamma-1)$	$nC_{v,m}dT = V.dP/(\gamma-1)$	0	-P.dV
dS	$nC_{p,m}dT/T = P.dV/T.\gamma/(\gamma-1)$	$nC_{v,m}dT/T = V.dP/T/(\gamma-1)$	P.dV/T	0
Q	$nC_{p,m}(T_2-T_1) = P.(V_2-V_1).\gamma/(\gamma-1)$	$nC_{v,m}(T_2-T_1) = V.(P_2-P_1)/(\gamma-1)$	$-P_1 V_1 \ln P_2/P_1$	0
W	$-P.(V_2-V_1)$	0	$P_1 V_1 \ln P_2/P_1$	$(P_2 V_2 - P_1 V_1)/(\gamma-1) = nC_{v,m}(T_2-T_1)$
$\Delta U$	$P(V_2 - V_1)/(\gamma-1)$	$nC_{v,m}(T_2-T_1) = V.(P_2 - P_1)/(\gamma-1)$	0	$(P_2 V_2 - P_1 V_1)/(\gamma-1) = nC_{v,m}(T_2-T_1)$
$\Delta S$	$nC_{p,m} \ln T_2/T_1 = nR.\gamma/(\gamma-1) \ln V_2/V_1$	$nC_{v,m} \ln T_2/T_1 = nR/(\gamma-1) \ln P_2/P_1$	$nR \ln V_2/V_1$	0

REFRIGERATION CLASSIQUE	GAMME DE TEMPERATURES (°C)	APPLICATIONS
Conditionnement d'air	+16 à +26	Confort humain
Réfrigération des denrées	0 à +10	Conservation des aliments à court/moyen terme
Congélations des denrées	-35 à 0	Conservation des aliments à long terme
Lyophilisation	-80 à -30	Dessiccation à basse température
Traitements divers	-200 à 0	Applications chimiques Essais thermiques des matériaux
CRYOGENIE	GAMME DE TEMPERATURES (K)	APPLICATIONS
Liquéfaction du gaz naturel	93 à 113	Transport en phase liquide (méthanier)
Liquéfaction de l'air	70 à 80	Distillation
Liquéfaction de l'hydrogène	14 à 30	Recherche nucléaire
Liquéfaction de l'hélium	1 à 5	Supraconductivité
Méthodes magnétiques	$10^{-3}$ à $10^{-2}$	Recherche fondamentale

## IV La percée de l'ammoniac (NH<sub>3</sub>)

L'ammoniac n'a aucun effet pollueur sur la couche d'ozone, pas plus qu'il n'en a sur l'effet de serre.

C'est un produit naturel, aussi banal que l'eau sur notre planète. D'ailleurs, il a provoqué un véritable engouement, sans doute un peu exagéré, chez nos voisins nordiques où il est porté aux nues pour remplacer le R 22.

En France, l'ammoniac dans les installations frigorifiques passe tour à tour, selon les termes de Michel Barth, Président de l'Association Française du Froid « pour bénéfique, écologique, miraculeux, universel, inacceptable, effrayant ». Des contradictions qui révèlent tout simplement que l'ammoniac est encore mal connu. L'ammoniac a été jugé dangereux par le Ministère de l'Environnement qui a placé les installations de réfrigération au NH<sub>3</sub> dans la réglementation des installations classées. Les seuils d'application de cette réglementation :

installation soumise à déclaration : à partir de 150 kg.

à autorisation : à partir de 1,5 t...

### DOSSIER : LE FROID DANS LES INDUSTRIES AGRO-ALIMENTAIRES

#### PROPRIETES PHYSIQUES DE L'AMMONIAC

Température de fusion	- 77,7°C à 1,013 bar
Température d'ébullition / <i>liquéfaction</i>	- 33,4°C à 1,013 bar
Densité (-33,4°C)	0,682 kg/l liquide à 1,013 bar
(-33,4°C)	0,889 kg/m <sup>3</sup> gaz à 1,013 bar
(0°C)	0,771 kg/m <sup>3</sup> gaz à 1,013 bar
Température d'inflammation	651°C (selon norme DIN 51794)
Température de décomposition	au delà de 450°C
Produit décomposé dangereux	Hydrogène
Concentration combustible dans l'air	15% - 28% (pourcentage en volume)
Réaction dangereuse	En contact avec les acides, neutralisation violente et fort dégagement de chaleur
Autres dangers	Attaque le cuivre, le zinc et leurs alliages
Poids moléculaire	17,032
Température critique	133°C
Pression critique	11,42 MPa
Chaleur d'évaporation à 33,4°C et 1,013 bar	1,370 kJ/kg
Densité relative du gaz en comparaison avec l'air sec à 0°C et 1,013 bar	0,6
Solubilité avec les huiles classiques	Faible

\* L'ammoniac ne peut pas brûler à l'air libre si le feu n'est pas entretenu par une flamme ou un catalyseur. L'ammoniac peut brûler seulement dans un espace clos.

Source AFF - Avril 1995

#### INFLUENCES PHYSIOLOGIQUES DE L'AMMONIAC SUR L'ETRE HUMAIN

Concentration (ppm)	Effets	Limite d'exposition autorisée
25	L'odeur est sentie par la plupart des personnes. Les concentrations faibles, environ 5 ppm, sont plus facilement détectées à basse température (<0°C).	Journée de 8 heures autorisée.
50	Odeur caractéristique. Le personnel expérimenté veut s'enfuir.	Valeur VLE journée de 8 heures autorisée.
100	Aucune influence dangereuse sur les personnes en bonne santé. Impression désagréable pouvant créer l'angoisse ou la panique.	Ne pas rester plus longtemps que nécessaire.
400-700	Irritation immédiate des yeux, du nez et des voies respiratoires. Les personnes habituées ne peuvent pas supporter cette concentration.	Aucun dommage corporel sérieux durant la 1ère heure.
1700	Toux, irritation violentes dans le nez, les yeux et les voies respiratoires.	Domages corporels graves en une demi-heure.
2000 - 5000	Toux, contractions et irritations violentes dans le nez, les yeux et les voies respiratoires.	Décès en moins d'une demi-heure.
7000	Paralysie, asphyxie.	Décès en quelques minutes.

Une concentration de 2-5 ppm est détectable à l'odeur, suivant l'odorat de l'individu, la température ambiante et l'humidité relative de l'air. L'avantage de l'ammoniac réside dans sa détection à l'odeur à partir de concentrations faibles, ce qui est un signal d'alerte permettant aux personnes de s'éloigner rapidement. L'ammoniac forme un brouillard dans l'air, ce qui est un excellent avertissement.

Si l'ammoniac forme un brouillard blanc dans un espace clos, la mauvaise visibilité indique que la concentration dépasse 4%. Si la visibilité est acceptable, cela signifie que la limite de combustion est très loin d'être atteinte.

*Observations : souvent utilisé dans les frigos. en cas de fuite, on utilise des vêtements de protection dans les zones à risque.*

<b>Fluide frigorigène</b>	<b>Désignation chimique</b>	<b>Formule chimique</b>	<b>Plage d'utilisation °C</b>	<b>Domaine d'application</b>
R12	Dichlorodifluorom Ethane	CC12F2	-40 à +10	Réfrigérateurs, installation frigorigènes, industriels, équipement des engins de transport.
R13	Monochlorotrifluorométhane	CC1F3	-100 à -60	Installations frigorigènes en cascade pour application industriels.
R21	Dichlorofluométha	CHC12F	-20 à +20	Pompe à chaleurs, installations frigorigènes à température de condensation élevée.
R22	Chlorodifluorométhane	CHC1F2	-50 à +10	Pour navires, installation de congélation.
R23	Trifluorométhane	CHF3	-100 à -60	Installations frigorigènes mono et bi-étages pour application industrielles et laboratoires.
R717	Ammoniac	NH3	-70 à +10	Installations frigorigènes pour produits, applications industriels.



Fuel	Formula (phase)	Molecular weight	Specific gravity: (density, † kg/m <sup>3</sup> )	Heat of vaporization, kJ/kg†	Specific heat		Higher heating value, MJ/kg	Lower heating value, MJ/kg	LHV of stoch. mixture, MJ/kg	(A/F) <sub>s</sub>
					Liquid, kJ/kg · K	Vapor c <sub>p</sub> , kJ/kg · K				
<i>Practical fuels</i>										
Gasoline	C <sub>n</sub> H <sub>1.87n</sub> (l)	~110	0.72–0.78	305	2.4	~1.7	47.3	44.0	2.83	14.6
Light diesel	C <sub>n</sub> H <sub>1.8n</sub> (l)	~170	0.84–0.88	270	2.2	~1.7	44.8	42.5	2.74	14.5
Heavy diesel	C <sub>n</sub> H <sub>1.7n</sub> (l)	~200	0.82–0.95	230	1.9	~1.7	43.8	41.4	2.76	14.4
Natural gas§	C <sub>n</sub> H <sub>3.8n</sub> N <sub>0.1n</sub> (g)	~18	(~0.79†)	—	—	~2	50	45	2.9	14.5
<i>Pure hydrocarbons</i>										
Methane	CH <sub>4</sub> (g)	16.04	(0.72†)	509	0.63	2.2	55.5	50.0	2.72	17.23
Propane	C <sub>3</sub> H <sub>8</sub> (g)	44.10	0.51 (2.0†)	426	2.5	1.6	50.4	46.4	2.75	15.67
Isocetane	C <sub>8</sub> H <sub>18</sub> (l)	114.23	0.692	308	2.1	1.63	47.8	44.3	2.75	15.13
Cetane	C <sub>16</sub> H <sub>34</sub> (l)	226.44	0.773	358	—	1.6	47.3	44.0	2.78	14.82
Benzene	C <sub>6</sub> H <sub>6</sub> (l)	78.11	0.879	433	1.72	1.1	41.9	40.2	2.82	13.27
Toluene	C <sub>7</sub> H <sub>8</sub> (l)	92.14	0.867	412	1.68	1.1	42.5	40.6	2.79	13.50
<i>Alcohols</i>										
Methanol	CH <sub>4</sub> O(l)	32.04	0.792	1103	2.6	1.72	22.7	20.0	2.68	6.47
Ethanol	C <sub>2</sub> H <sub>6</sub> O(l)	46.07	0.785	840	2.5	1.93	29.7	26.9	2.69	9.00
<i>Other fuels</i>										
Carbon	C(s)	12.01	~2§	—	—	—	33.8	33.8	2.70	11.51
Carbon monoxide	CO(g)	28.01	(1.25†)	—	—	1.05	10.1	10.1	2.91	2.467
Hydrogen	H <sub>2</sub> (g)	2.015	(0.090†)	—	—	1.44	142.0	120.0	3.40	34.3

(l) liquid phase; (g) gaseous phase; (s) solid phase.

† Density in kg/m<sup>3</sup> at 0°C and 1 atm.

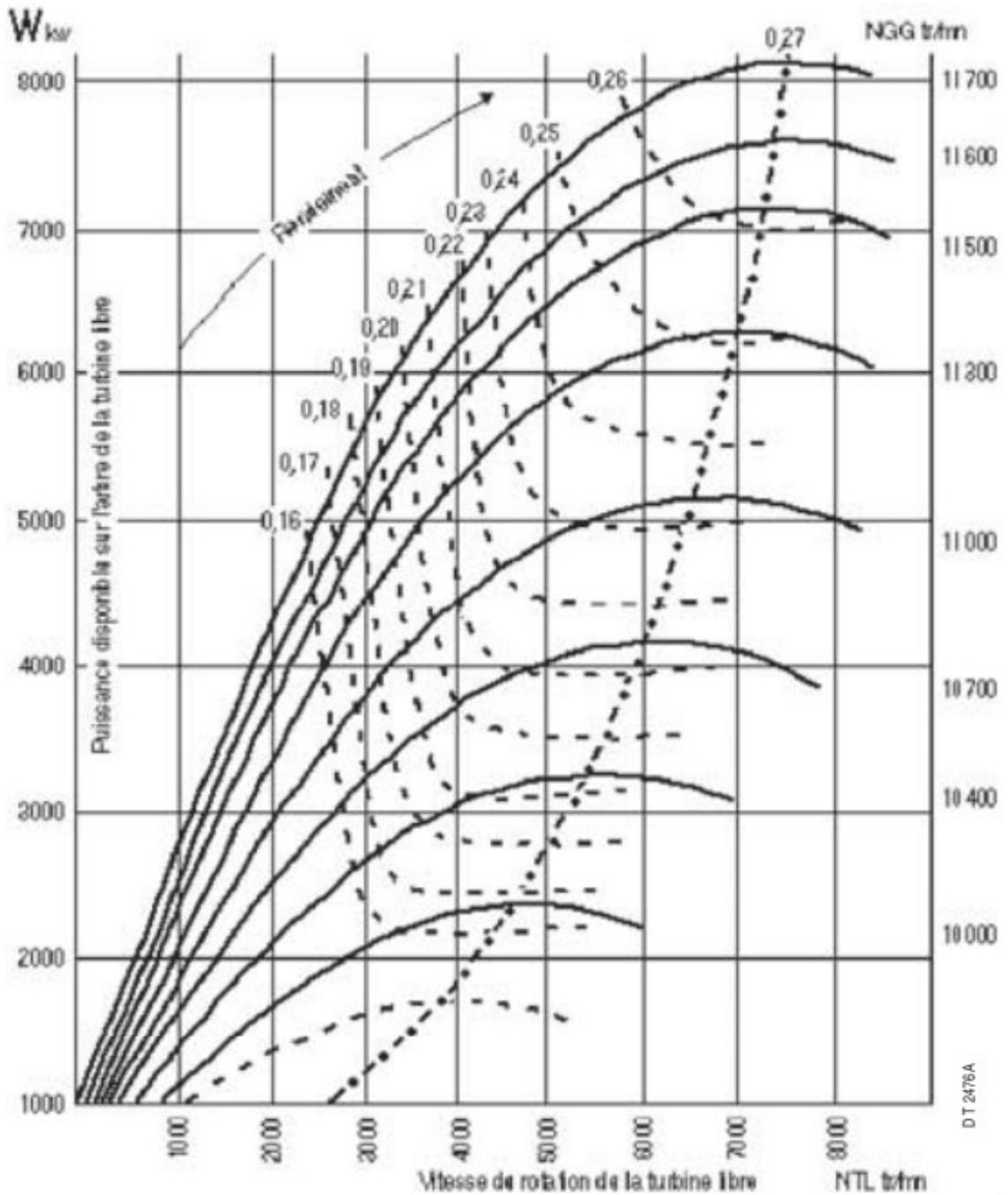
‡ At 1 atm and 25°C for liquid fuels; at 1 atm and boiling temperature for gaseous fuels.

§ Typical values.

<i>Coefficient d'excès d'air</i>	Entre 0,6 et 1,3	> 1
<i>Flamme</i>	Pré-mélange	Diffusion
<i>Combustion</i>	A volume constant	A pression constante
<i>Puissance</i>	Varie en fonction de la masse de la charge introduite dans le cylindre	Varie en fonction de la masse de carburant injectée dans la chambre de combustion
<i>Rendement thermique</i>	Fonction du taux de compression	Fonction du taux de compression et du taux d'introduction
<i>Pression en fin de compression</i>	Varie avec la variation de la masse introduite (10-15 bar)	Ne varie pas (moteur atmosphérique) (20-30 bar)

**Tableau 1-1.** Comparaison entre le Moteur à Essence et le Moteur Diesel.

	Moteur 1	Moteur 2	Moteur 3
Type	Expérimental	Automobile	Industriel
Désignation	Lister-Petter SR1	K9K766	MKDIR 620-145
Nombre de cylindres	1	4	6
Cylindrée [cm <sup>3</sup> ]	631	1461	9840
D [cm]	9,525	7,6	12
S [cm]	8,85	8,05	14,5
L <sub>s</sub> [cm]	16,5	13,375	22,7
$\tau$	18 : 1	17,9 : 1	17 : 1
Turbocompresseur	Sans	kkk - Wastegate	Schweitzer - GV
Système injection	Pompe unitaire	Injection DCi	Pompe distribution VR
AI statique	18 °VB avant le PMH	8 °VB avant le PMH	8 °VB avant le PMH
AOA	-36 °VB	+09 °VB	-06 °VB
RFA	+69 °VB	+20 °VB	+36 °VB
AOE	-76 °VB	-27 °VB	-50 °VB
RFE	+32 °VB	+07 °VB	+16 °VB
Puissance maximale	5,5 KW @ 1800 tr/min	60 KW @ 3750 tr/min	264 KW @ 2400 tr/min



P1 = 1013 mb  
 t1 = 15°C

NB : Ces performances sont valables si les pertes de charge à l'admission et à l'échappement sont nulles

VAP = Vannes anti-pompage du compresseur

Table of saturated values for: R717, NH<sub>3</sub>, Ammonia

T K	p Bar	$v_l$ dm <sup>3</sup> /kg	$v_g$ m <sup>3</sup> /kg	$h_l$ kJ/kg	$h_g$ kJ/kg	R kJ/kg	$s_l$ kJ/(kg K)	$s_g$ kJ/(kg K)
250,00	1,650	1,4945	0,71133	95,26	1432,22	1336,95	0,6009	5,9487
251,00	1,726	1,4974	0,68165	99,75	1433,59	1333,85	0,6188	5,9329
252,00	1,806	1,5003	0,65345	104,23	1434,96	1330,72	0,6366	5,9172
253,00	1,889	1,5032	0,62665	108,72	1436,31	1327,58	0,6543	5,9017
254,00	1,974	1,5061	0,60116	113,22	1437,65	1324,43	0,6720	5,8863
255,00	2,062	1,5090	0,57691	117,72	1438,97	1321,26	0,6896	5,8710
256,00	2,154	1,5119	0,55384	122,22	1440,29	1318,07	0,7072	5,8559
257,00	2,249	1,5149	0,53187	126,73	1441,59	1314,86	0,7247	5,8409
258,00	2,347	1,5179	0,51094	131,24	1442,87	1311,64	0,7421	5,8260
259,00	2,449	1,5209	0,49101	135,75	1444,15	1308,40	0,7595	5,8113
260,00	2,553	1,5240	0,47200	140,27	1445,41	1305,14	0,7769	5,7967
261,00	2,662	1,5270	0,45388	144,79	1446,65	1301,87	0,7942	5,7822
262,00	2,774	1,5301	0,43659	149,31	1447,89	1298,58	0,8114	5,7678
263,00	2,890	1,5332	0,42010	153,84	1449,10	1295,27	0,8286	5,7536
264,00	3,009	1,5363	0,40435	158,37	1450,31	1291,94	0,8457	5,7394
265,00	3,133	1,5394	0,38931	162,90	1451,50	1288,60	0,8628	5,7254
266,00	3,260	1,5426	0,37495	167,44	1452,68	1285,23	0,8798	5,7115
267,00	3,392	1,5458	0,36122	171,98	1453,84	1281,85	0,8968	5,6977
268,00	3,527	1,5490	0,34810	176,53	1454,99	1278,46	0,9137	5,6841
269,00	3,667	1,5522	0,33554	181,08	1456,12	1275,04	0,9306	5,6705
270,00	3,811	1,5555	0,32354	185,63	1457,24	1271,61	0,9474	5,6570
271,00	3,960	1,5588	0,31205	190,19	1458,34	1268,15	0,9641	5,6437
272,00	4,113	1,5621	0,30105	194,75	1459,43	1264,68	0,9808	5,6304
273,00	4,270	1,5654	0,29052	199,31	1460,50	1261,19	0,9975	5,6172
274,00	4,432	1,5688	0,28043	203,88	1461,56	1257,68	1,0141	5,6042
275,00	4,599	1,5722	0,27076	208,46	1462,61	1254,15	1,0307	5,5912
276,00	4,771	1,5756	0,26149	213,03	1463,63	1250,60	1,0472	5,5784
277,00	4,948	1,5790	0,25261	217,61	1464,65	1247,03	1,0637	5,5656
278,00	5,130	1,5825	0,24409	222,20	1465,64	1243,45	1,0801	5,5529
279,00	5,317	1,5860	0,23591	226,79	1466,62	1239,84	1,0964	5,5403
280,00	5,509	1,5895	0,22807	231,38	1467,59	1236,21	1,1128	5,5278
281,00	5,707	1,5930	0,22053	235,98	1468,54	1232,56	1,1290	5,5154
282,00	5,910	1,5966	0,21330	240,58	1469,47	1228,89	1,1453	5,5031
283,00	6,119	1,6002	0,20635	245,18	1470,39	1225,21	1,1615	5,4908
284,00	6,333	1,6039	0,19968	249,79	1471,29	1221,50	1,1776	5,4786
285,00	6,553	1,6075	0,19326	254,41	1472,17	1217,77	1,1937	5,4665
286,00	6,779	1,6112	0,18709	259,02	1473,04	1214,01	1,2097	5,4545
287,00	7,011	1,6150	0,18116	263,65	1473,89	1210,24	1,2257	5,4426
288,00	7,249	1,6187	0,17546	268,28	1474,72	1206,45	1,2417	5,4308
289,00	7,493	1,6225	0,16997	272,91	1475,54	1202,63	1,2576	5,4190
290,00	7,743	1,6263	0,16468	277,55	1476,34	1198,79	1,2735	5,4073
291,00	8,000	1,6302	0,15960	282,19	1477,12	1194,93	1,2893	5,3956
292,00	8,263	1,6341	0,15470	286,84	1477,88	1191,05	1,3051	5,3841
293,00	8,533	1,6380	0,14998	291,49	1478,63	1187,14	1,3209	5,3726
294,00	8,809	1,6420	0,14543	296,15	1479,36	1183,21	1,3366	5,3611
295,00	9,093	1,6460	0,14105	300,81	1480,07	1179,26	1,3523	5,3498
296,00	9,383	1,6500	0,13683	305,48	1480,76	1175,28	1,3679	5,3385
297,00	9,680	1,6541	0,13276	310,15	1481,43	1171,28	1,3835	5,3272
298,00	9,984	1,6582	0,12883	314,84	1482,09	1167,25	1,3991	5,3160
299,00	10,296	1,6624	0,12504	319,52	1482,73	1163,20	1,4146	5,3049
300,00	10,615	1,6666	0,12139	324,21	1483,34	1159,13	1,4301	5,2939
301,00	10,942	1,6708	0,11786	328,91	1483,94	1155,03	1,4455	5,2828
302,00	11,276	1,6751	0,11446	333,62	1484,52	1150,90	1,4610	5,2719
303,00	11,617	1,6794	0,11117	338,33	1485,08	1146,75	1,4763	5,2610
304,00	11,967	1,6837	0,10799	343,05	1485,62	1142,57	1,4917	5,2502
305,00	12,324	1,6881	0,10493	347,77	1486,14	1138,36	1,5070	5,2394
306,00	12,690	1,6926	0,10196	352,51	1486,64	1134,13	1,5223	5,2286
307,00	13,064	1,6971	0,09910	357,25	1487,12	1129,87	1,5376	5,2179

## Diagramme Entropique (R717 Ammoniac)

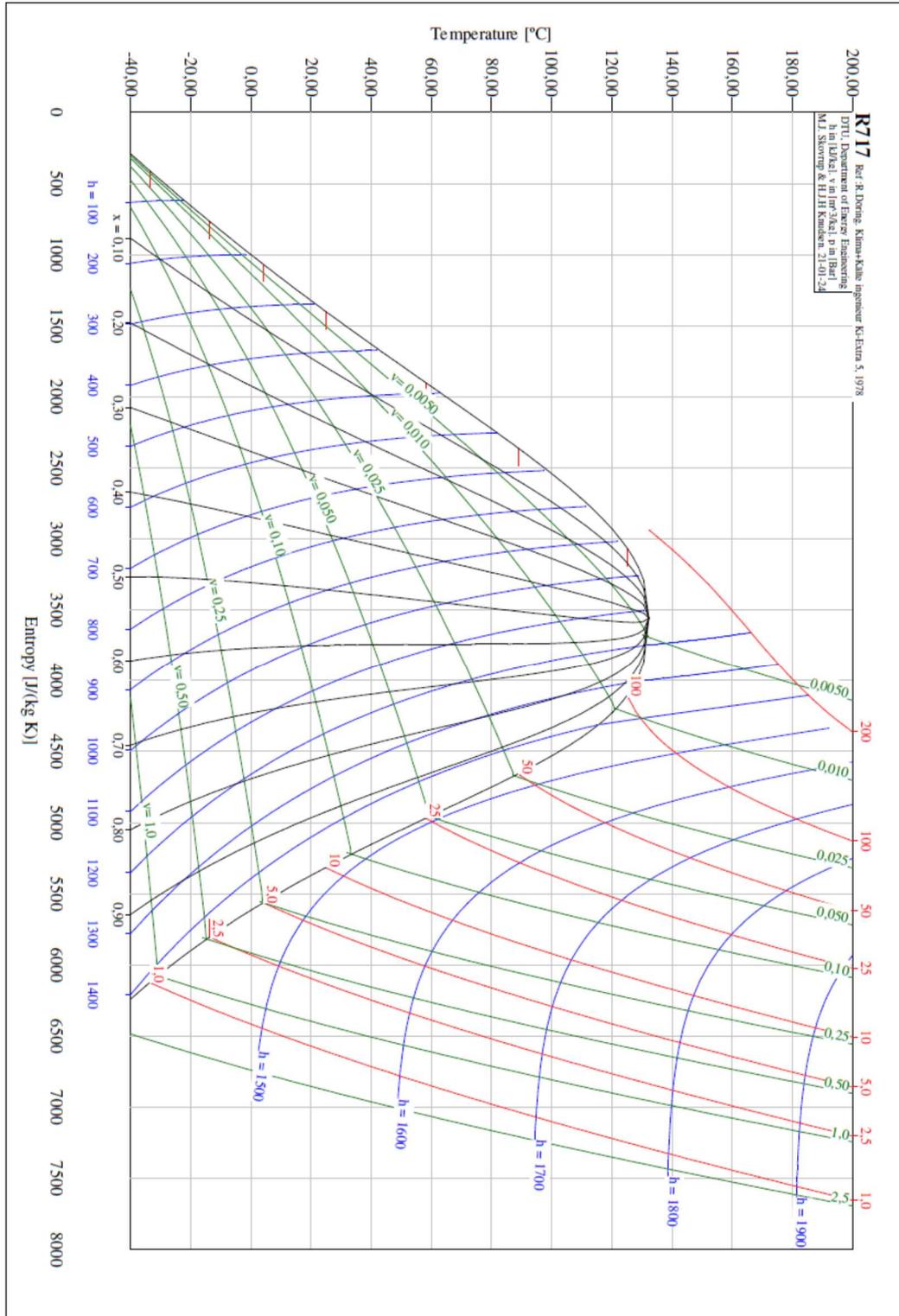




Table of saturated values for: R718, H2O, Water

T °C	p Bar	$v_l$ dm <sup>3</sup> /kg	$v_g$ m <sup>3</sup> /kg	$h_l$ kJ/kg	$h_g$ kJ/kg	R kJ/kg
-2.00	0.0052	0.9999	241.64497	-337.78	2497.32	2835.10
-1.00	0.0056	0.9999	223.15471	-335.69	2499.16	2834.85
0.00	0.0061	0.9999	206.19903	-333.53	2501.01	2834.54
1.00	0.0066	0.9999	192.58682	4.02	2502.85	2498.83
2.00	0.0071	0.9999	179.89900	8.10	2504.70	2496.60
3.00	0.0076	1.0000	168.14255	12.18	2506.54	2494.36
4.00	0.0081	1.0000	157.23952	16.32	2508.38	2492.06
5.00	0.0087	1.0001	147.12802	20.43	2510.22	2489.80
6.00	0.0093	1.0002	137.74241	24.54	2512.06	2487.53
7.00	0.0100	1.0002	129.02563	28.65	2513.90	2485.25
8.00	0.0107	1.0003	120.92301	32.83	2515.74	2482.92
9.00	0.0115	1.0004	113.39164	36.96	2517.58	2480.62
10.00	0.0123	1.0005	106.38525	41.10	2519.42	2478.32
11.00	0.0131	1.0007	99.86368	45.24	2521.26	2476.02
12.00	0.0140	1.0008	93.79012	49.39	2523.09	2473.70
13.00	0.0150	1.0009	88.12892	53.60	2524.93	2471.33
14.00	0.0160	1.0011	82.85274	57.76	2526.76	2469.00
15.00	0.0171	1.0013	77.93121	61.92	2528.59	2466.67
16.00	0.0182	1.0014	73.33811	66.10	2530.42	2464.33
17.00	0.0194	1.0016	69.04792	70.32	2532.25	2461.93
18.00	0.0206	1.0018	65.04127	74.50	2534.08	2459.58
19.00	0.0220	1.0020	61.29630	78.68	2535.91	2457.23
20.00	0.0234	1.0022	57.79418	82.87	2537.74	2454.87
21.00	0.0249	1.0024	54.51755	87.06	2539.56	2452.50
22.00	0.0264	1.0026	51.44510	91.51	2541.39	2449.88
23.00	0.0281	1.0029	48.57273	95.71	2543.21	2447.50
24.00	0.0298	1.0031	45.88141	99.92	2545.03	2445.11
25.00	0.0317	1.0034	43.35856	104.13	2546.85	2442.72
26.00	0.0336	1.0036	40.99251	108.35	2548.67	2440.32
27.00	0.0357	1.0039	38.77250	112.56	2550.48	2437.92
28.00	0.0378	1.0042	36.68857	116.78	2552.30	2435.52
29.00	0.0401	1.0044	34.73147	121.00	2554.11	2433.12
30.00	0.0425	1.0047	32.89268	125.22	2555.92	2430.71
31.00	0.0450	1.0050	31.16427	129.44	2557.73	2428.30
32.00	0.0476	1.0053	29.53890	133.66	2559.54	2425.88
33.00	0.0503	1.0057	28.00977	137.88	2561.35	2423.47
34.00	0.0532	1.0060	26.57055	142.11	2563.15	2421.05
35.00	0.0563	1.0063	25.21539	146.33	2564.96	2418.63
36.00	0.0595	1.0067	23.93883	150.56	2566.76	2416.20
37.00	0.0628	1.0070	22.73582	154.78	2568.56	2413.78
38.00	0.0663	1.0074	21.60164	159.01	2570.35	2411.35
39.00	0.0700	1.0077	20.53193	163.23	2572.15	2408.92
40.00	0.0738	1.0081	19.52260	167.46	2573.94	2406.48
41.00	0.0779	1.0085	18.56988	171.68	2575.73	2404.05
42.00	0.0821	1.0089	17.67022	175.91	2577.52	2401.61
43.00	0.0865	1.0093	16.82034	180.13	2579.30	2399.17
44.00	0.0911	1.0097	16.01717	184.36	2581.09	2396.73
45.00	0.0959	1.0101	15.25785	188.58	2582.87	2394.29
46.00	0.1010	1.0105	14.53971	192.80	2584.65	2391.84
47.00	0.1062	1.0109	13.86027	197.03	2586.42	2389.40
48.00	0.1117	1.0114	13.21719	201.25	2588.20	2386.95
49.00	0.1175	1.0118	12.60831	205.47	2589.97	2384.50
50.00	0.1235	1.0123	12.03159	209.69	2591.74	2382.05
51.00	0.1298	1.0127	11.48514	213.91	2593.50	2379.59
52.00	0.1363	1.0132	10.96719	218.13	2595.27	2377.14
53.00	0.1431	1.0137	10.47606	222.35	2597.03	2374.68
54.00	0.1502	1.0141	10.01022	226.56	2598.78	2372.22
55.00	0.1576	1.0146	9.56820	230.78	2600.54	2369.76
56.00	0.1653	1.0151	9.14863	234.99	2602.29	2367.30
57.00	0.1733	1.0156	8.75025	239.21	2604.04	2364.83