# Polycopié: Hydraulique générale (Cours & exercices)

- **Domaine: Sciences appliquées**
- **Filière:Travaux publics**

**Deuxième cycle universitaire: Master V.O.A**

**Author: Dr. Serbah Boumediene dit Hocine**

**Date:** Septembre 9, 2022

**Version:** 1.1

**Département**: Génie Civil

جامعة ابن خلدون تيارت

Université Ibn Khaldoun
Tiaret| Algeria

*Victory won't come to us unless we go to it.*

## Avant propos

L'hydraulique générale est une branche de la mécanique des fluides qui s'intéresse au comportement des fluides, tels que les liquides et les gaz, qu'ils soient en mouvement ou au repos. Ce polycopié est un document pédagogique essentiel pour les étudiants en **Master Voie et ouvrages d'art et géotechnique**. Les principes de la mécanique des fluides sont utilisés dans la conception d'ouvrages hydrauliques, de réseaux hydrauliques et dans le traitement des eaux. Le document est divisé en chapitres couvrant différents domaines de théorie et d'étude. Chaque chapitre commence par la présentation de définitions, de principes et de théorèmes, accompagnés d'exemples et de descriptions.

**Le chapitre I** traite des propriétés des fluides, telles que la masse volumique, le poids volumique et la viscosité, qui sont utilisées par la suite dans le document. Le chapitre II est consacré à l'étude des fluides au repos. Il aborde la loi fondamentale de la statique des fluides ainsi que les forces exercées par les fluides sur les objets solides. Cette partie est essentielle pour l'étude des barrages.

Le chapitre III étudie l'écoulement des fluides parfaits. Il présente les équations régissant ce type d'écoulement, comme l'équation de continuité et l'équation de Bernoulli. Ces équations sont à la base de nombreuses applications en hydraulique, en particulier pour le dimensionnement des réseaux d'alimentation en eau potable et l'évacuation des eaux usées. Elles sont également utilisées dans la plupart des instruments de mesure de pression et de débit dans les processus industriels de fabrication chimique.

Enfin, le chapitre IV traite de l'étude de l'écoulement des fluides réels, et explique la notion de régime d'écoulement ainsi que le calcul des pertes de charge dues aux forces de frottement, qui sont indispensables pour le dimensionnement des diverses installations hydrauliques. Pour la rédaction de ce polycopié, de nombreux documents ont été utilisés, cités dans la liste bibliographique. On espère que ce polycopié constituera une invitation à la lecture de ces livres.

# Contents

# Liste des figures

# Chapter 1 Définitions et caractéristiques des écoulements

## 1.1 Introduction et définitions

Le premier chapitre de ce document donne une introduction à la mécanique des fluides en classant les fluides en plusieurs catégories telles que les fluides parfaits, les fluides réels, les fluides incompressibles et les fluides compressibles. Il définit également les principales propriétés qui seront utilisées dans les chapitres suivants. Pour un étudiant en Master voie et ouvrage d'art, ce chapitre contient l'essentiel de ce qu'il doit savoir. Il est important pour tout ingénieur, indépendamment de sa spécialité, de maîtriser les notions fondamentales en mécanique des fluides car le domaine hydraulique est largement utilisé en génie civil de nos jours.

**Figure 1.1:** L'eau, La vie

### 1.1.1 Fluide: Qu'est-ce qu'un fluide ?

Un fluide est un matériau qui peut s'écouler et prendre la forme de son contenant. Les fluides comprennent les liquides et les gaz, qui peuvent tous deux se déplacer et remplir les espaces qui leur sont offerts.
Un fluide est une substance composée de particules matérielles très petites et libres de se déplacer les unes par rapport aux autres. Il peut être présent sous forme liquide (comme l'eau ou l'huile) ou gazeuse. Il s'agit d'un milieu continu, déformable et qui peut s'écouler,(**Figure** 1.2).

### 1.1.2 Fluides parfait et réel

En mécanique des fluides, un fluide peut être qualifié de "parfait" si son mouvement peut être décrit sans tenir compte des effets de frottement. Cependant, cette notion de fluide parfait n'est qu'un modèle simplifié pour faciliter les calculs et n'est pratiquement pas présent dans la nature.

**Un fluide hypothétique(idéal) qui n'a pas de viscosité, comme l'air ou l'eau très pure à des vitesses de faible à moyenne vitesse**.

Les fluides réels, quant à eux, prennent en compte les forces tangentes de frottement interne qui s'opposent au glissement relatif des différentes couches fluides en mouvement, ce phénomène étant appelé frottement

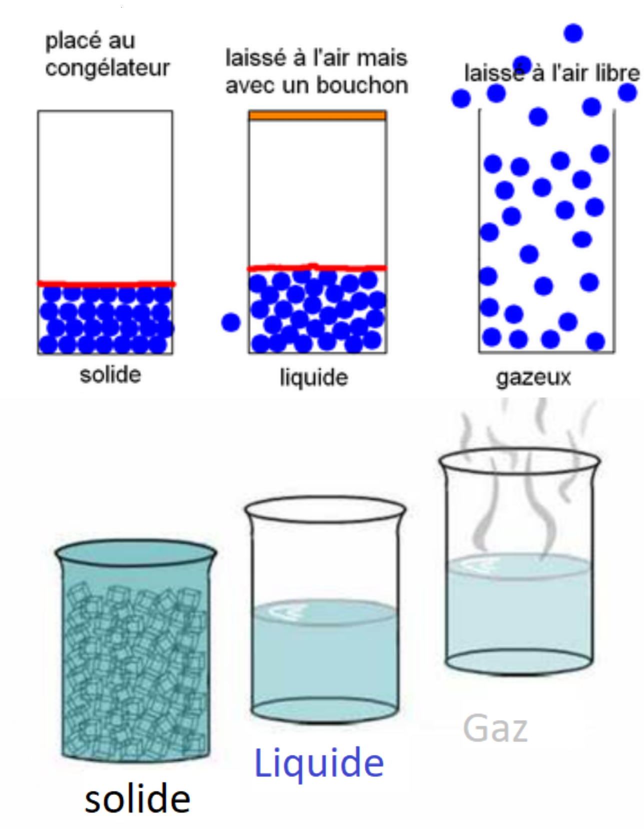


**Figure 1.2:** État de la matière:Fluides et solide

visqueux. Il convient donc de considérer ces forces de frottement lors de l'étude du mouvement des fluides réels( **Figure** 1.3). Toutefois, lorsqu'un fluide réel est au repos, on peut admettre qu'il se comporte comme un fluide parfait,

**Un fluide qui a de la viscosité,comme l'eau salée, l'huile ou le miel. Ces fluides réels ont des forces de frottement interne qui ralentissent et affectent leur mouvement, en particulier à des vitesses élevées. Ces forces de frottement sont absentes dans les fluides parfaits idéaux.**

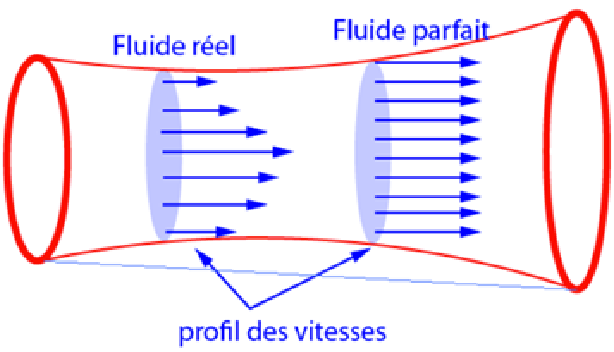


**Figure 1.3:** Fluides parfait et réel

### 1.1.3 Fluides incompressible et compressible

- ⇝ **Un fluide incompressible** , en revanche, est un fluide dont la densité ne change pas en réponse à une pression appliquée. Ainsi, la masse volumique d'un fluide incompressible reste constante, quelle que soit la pression à laquelle il est soumis. Les liquides, tels que l'eau ou l'huile, sont des exemples de fluides incompressibles courants. (comme illustré dans **Figure** 1.4).

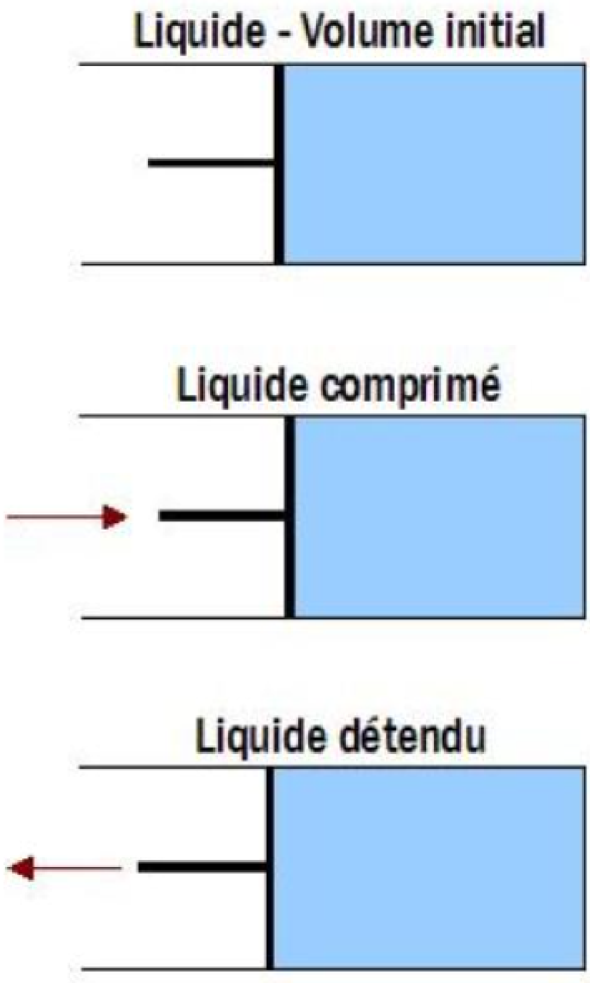


**Figure 1.4:** Un liquide incompressible

- ⇝ **Un fluide compressible** est un fluide dont la densité varie en fonction de la pression qui lui est appliquée. Autrement dit, la compression ou l'expansion du fluide modifie sa masse volumique. Les gaz sont des exemples de fluides compressibles courants, (comme illustré dans **Figure** 1.5).

**Il est important de noter que les fluides réels, même ceux qui sont considérés comme incompressibles, peuvent présenter une certaine compressibilité à des niveaux de pression élevés. Cependant, pour la plupart des applications pratiques, il est souvent suffisant de considérer ces fluides comme incompressibles.**

### 1.1.4 Régimes laminaire, régime intermédiaire et régime turbulent

Il existe trois régimes d'écoulement pour un fluide qui se déplace dans un tube,(**Figure** 1.6).

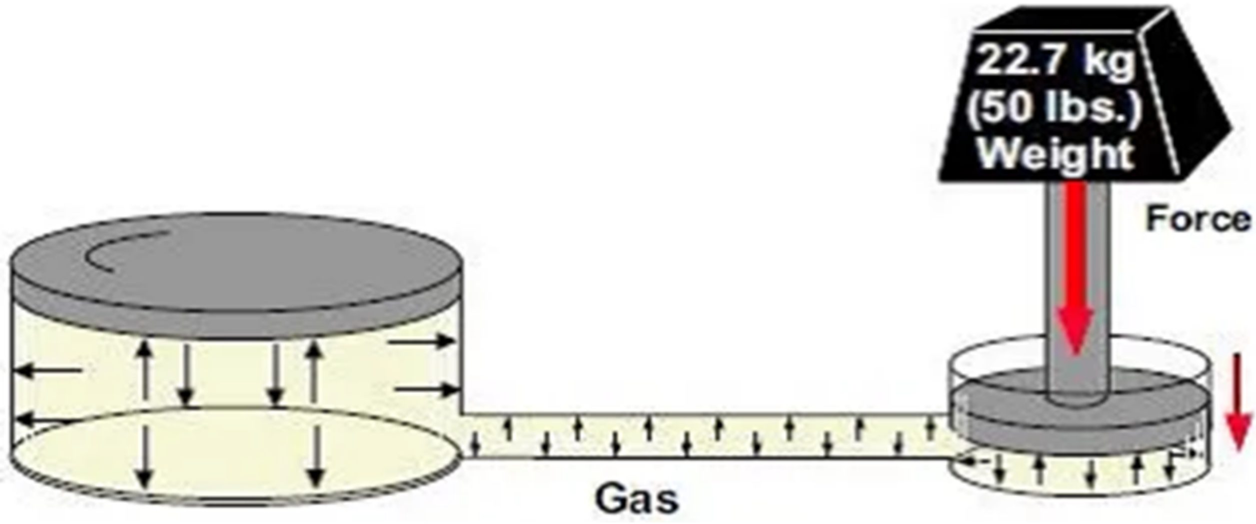


**Figure 1.5:** compressibilité des gazes

**Régime laminaire**
Les particules fluides se déplacent parallèlement à l'axe du tube avec une vitesse constante, et il se produit peu ou pas de turbulence.

→

**Régime transitoire**
Il se situe entre les régimes laminaire et turbulent, il peut se produire lorsque l'écoulement est initialement perturbé avant de se stabiliser en régime laminaire ou turbulent.

→

**Régime turbulent**
Les particules fluides se déplacent dans des directions variables, ce qui entraîne la formation de tourbillons et de turbulences.

1. **Le régime laminaire**; Ce régime est observé dans des liquides très visqueux, à de très faibles vitesses ou dans des tubes capillaires (l'écoulement d'huile dans un tube capillaire). ce qui peut être décrit par l'équation de Poiseuille :

$$\boxed{Q = (\pi r^4 \Delta P)/(8\mu L)}$$

   Où Q est le débit volumique, r est le rayon du tube, $\Delta P$ est la différence de pression appliquée aux extrémités du tube, $\mu$ est la viscosité du fluide et L est la longueur du tube.
2. **Le régime transitoire:**Ce régime peut être caractérisé par des fluctuations de vitesse et des tourbillons intermittents (un écoulement d'air dans un tuyau après un changement brusque de vitesse ou de pression.). La solution mathématique pour ce régime peut être obtenue à partir des équations de Navier-Stokes, mais elle est souvent très complexe et difficile à prévoir en raison des nombreuses variables en jeu.
3. **Le régime turbulent:** Ce régime est courant dans la plupart des situations, en particulier pour les liquides moins visqueux, à des vitesses plus élevées et dans des tubes plus grands ( l'écoulement d'eau dans un tuyau). La description mathématique de ce régime est très complexe et peut nécessiter l'utilisation de modèles statistiques tels que les équations de Navier-Stokes.

**Remarque:** Les équations de Navier-Stokes pour un écoulement incompressible dans un référentiel fixe sont les suivantes:

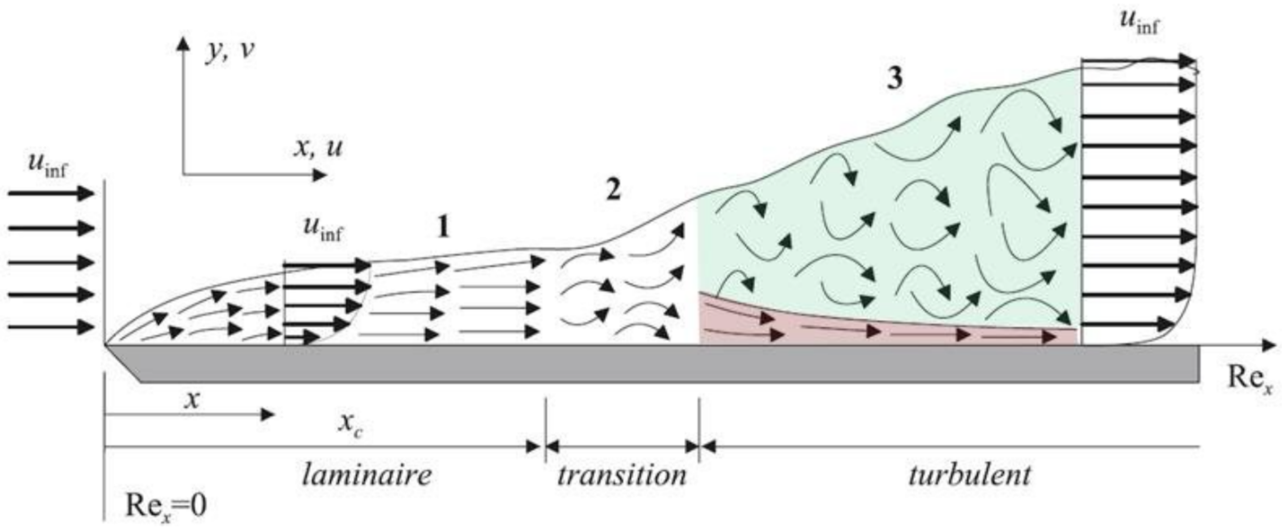


**Figure 1.6:** Régimes d'écoulement

$$\rho\left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t}+\mathbf{v}\cdot\nabla\mathbf{v}\right)=-\nabla p+\mu\nabla^2\mathbf{v}+\rho\mathbf{g}$$

où $\rho$ est la masse volumique, $\mathbf{v}$ est la vitesse du fluide, $t$ est le temps, $p$ est la pression, $\mu$ est la viscosité dynamique, $\mathbf{g}$ est l'accélération due à la gravité et $\nabla$ est l'opérateur gradient.
où $\rho$ est la masse volumique, $\mathbf{v}$ est la vitesse du fluide, $p$ est la pression, $\mu$ est la viscosité dynamique, $\mathbf{f}$ est la force volumique appliquée et $\nabla$ est l'opérateur nabla. Les équations de Navier-Stokes pour l'écoulement laminaire peuvent être simplifiées pour donner l'équation de Laplace :

$$\nabla^2\phi=0$$

où $\phi$ est une fonction scalaire et $\nabla^2$ est l'opérateur laplacien, qui est défini comme la divergence du gradient.

### 1.1.5 Nombre de Reynolds

Les régimes d'écoulement d'un fluide dans une conduite ou un canal sont déterminés par le nombre de Reynolds,(**Figure** 1.7), qui est un paramètre sans dimension représentant le rapport entre la force d'inertie et la force de viscosité. Ce nombre de Reynolds dépend de trois paramètres :

- Le diamètre de la conduite ou la hauteur de l'eau dans un canal,
- La vitesse moyenne de l'eau
- La viscosité de l'eau.

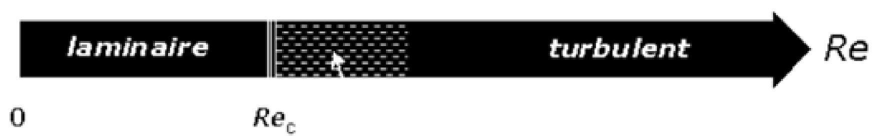


**Figure 1.7:** La variation nombre de Reynolds

Le nombre de Reynolds est donné par la formule :

$$\boxed{Re = \frac{\rho V D}{\eta} = \frac{V D}{\nu}}$$

où $\eta$ (ou $\mu$): est la viscosité dynamique
V: est la vitesse moyenne des particules fluides,
D : est diamètre intérieur du tube,
$\rho$ : est la masse volumique
$\nu$: est la viscosité cinématique des fluides, et $\nu = \frac{\eta}{\rho}$
Le régime d'écoulement est déterminé par la valeur du nombre de Reynolds :

- **Si** Re $<$ 2000 : l'écoulement est laminaire,
- **Si** 2000<Re<3000: l'écoulement est transitoire,
- **Si** Re $>$ 3000 : l'écoulement est turbulent.
- **Si** 2000<Re<100000: le régime d'écoulement est turbulent Lisse.
  (Le régime turbulent lisse se produit généralement dans des conduites lisses où la rugosité de la surface interne est relativement faible. Dans ce régime, la turbulence est causée principalement par les fluctuations de la vitesse de l'écoulement.)
- **Si** Re $>$ 100000: le régime d'écoulement est turbulent Rugueux
  (Le régime turbulent rugueux, quant à lui, se produit dans des conduites rugueuses où la rugosité de la surface interne est relativement élevée. Dans ce régime, la turbulence est causée à la fois par les fluctuations de la vitesse de l'écoulement et par les perturbations créées par les irrégularités de la surface interne). Dans un canal (écoulement par tranches) $Re>$ 500, on est en régime turbulent, et donc pour $Re < 500$, on est en régime laminaire.

**Remarque: A noter que l'eau est un des fluides qui présente une des plus faible viscosité cinématique. La transition d'un régime laminaire à un régime turbulent s'observe pour Re=2000=Rec (nombre de Reynolds critique)**.

### 1.1.6 Régime permanent

Le régime permanent correspond à un écoulement dans lequel les grandeurs physiques telles que la pression et la vitesse en un point donné ne varient pas avec le temps. En d'autres termes, les propriétés du fluide (vitesse, pression, densité, viscosité, etc.) ne changent pas avec le temps dans une région donnée de l'écoulement. Ce régime est caractérisé par l'absence de phénomènes transitoires tels que l'ouverture ou la fermeture d'une vanne.

### 1.1.7 Ligne de courant

La trajectoire d'un petit élément de fluide est définie par le suivi des lignes de courant, ce qui implique que sa vitesse est toujours tangent à ces lignes. Cette propriété est importante car elle garantit que deux lignes de courant ne peuvent pas se croiser, car cela entraînerait une indétermination de la vitesse au point d'intersection. Cette notion est expliquée en détail dans le chapitre 4.

## 1.2 Caractéristiques physiques

### 1.2.1 Masse volumique

La masse volumique est une grandeur physique qui exprime la quantité de masse contenue dans chaque unité de volume d'une substance:

- La masse volumique :

$$\boxed{\rho = \frac{m}{V};}$$

  - Eau : $\rho_w = 1000 kg/m^3$
  - Mercure : $\rho_{Hg} = 13546 kg/m^3$
- Différentes masses volumiques en milieux granulaires (**Figure** 1.8)
  - Masse volumique en vrac ou apparente:

$$\boxed{\rho_{apparente} = \frac{m_{mat}}{V_{apparente}}}$$

  - Masse volumique réelle:

$$\boxed{\rho_{reel} = \frac{m_{mat}}{V_{reel}}}$$

  - Masse volumique absolue ou de la matière:

$$\boxed{\rho_{absolu} = \frac{m_{mat}}{V_{absolu}} = \frac{m_{mat}}{V_{reel} - V_{pores}}}$$

### 1.2.2 Poids volumique

Le poids volumique d'un matériau est défini comme le poids par unité de volume de ce matériau. Dans le cas des sols et des matériaux hydrauliques, cette grandeur est représentée par la lettre grecque $\gamma$ suivie d'un indice et est exprimée en kN/m$^3$. Le poids volumique apparent correspond à la somme des poids des différents éléments constituant un matériau (par exemple, dans le cas d'un sol: les grains, l'eau, l'air). Les poids volumiques apparents sont classés en trois catégories:

- **Les poids volumiques apparents sont:**
  - $\gamma_h$: Poids volumiques apparent du sol humide
  - $\gamma_d$: Poids volumiques apparent du sol sec
  - $\gamma_{sat}$: Poids volumiques apparent du sol saturé
- **Les poids volumiques spécifiques (ou absolus) sont:**

Les poids volumiques spécifiques (ou absolus) correspondent aux poids volumiques des différents éléments constituant un matériau, et sont également exprimés en kN/m$^3$. Dans le cas des sols, ils sont définis comme suit:

- $\gamma_s$: Poids volumique spécifique des grains solides (environ 25 à 28 kN/m$^3$)
- $\gamma_w$: Poids volumique spécifique de l'eau (environ 10 kN/m$^3$)

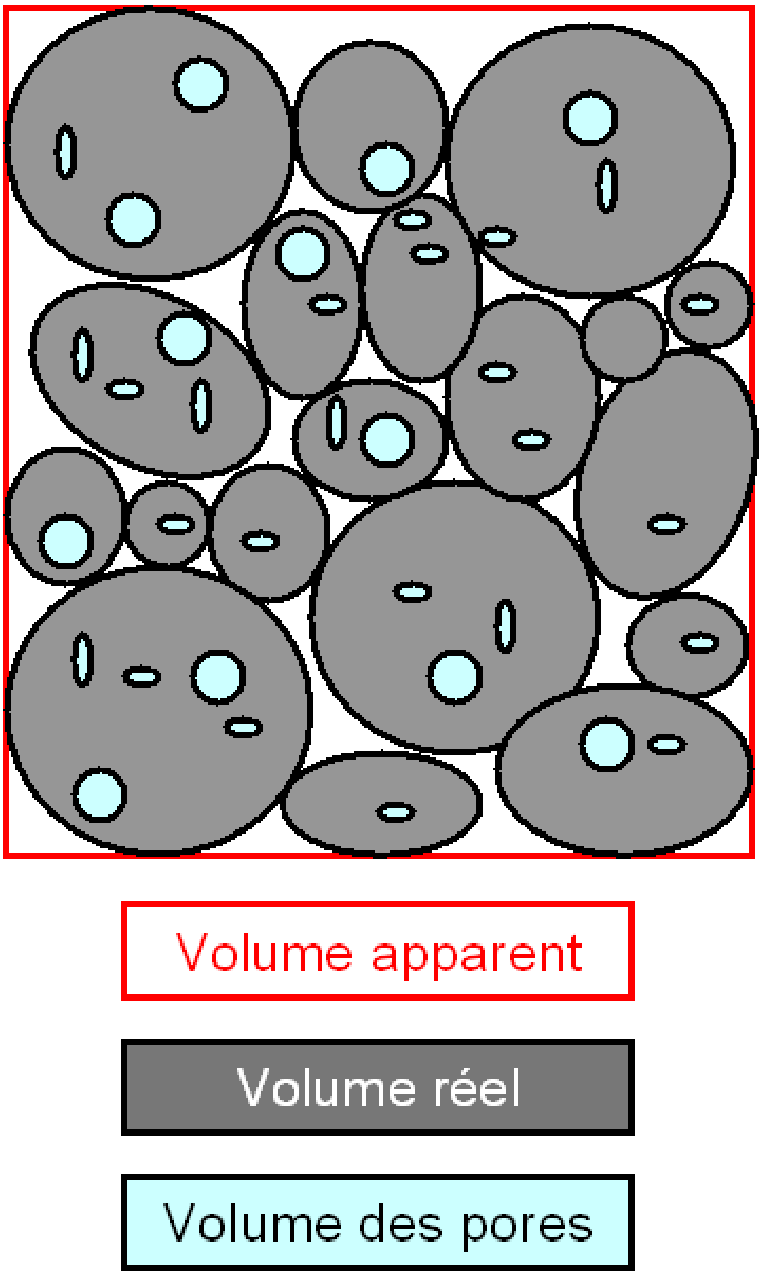


**Figure 1.8:** La répartition des Volumes ”Pour Masses Volumiques”

## 1.3 Densité relative

La densité est définie comme le rapport de la masse volumique d'une substance à celle d'un corps de référence, (**Figure** 1.8). Dans la plupart des cas, l'eau est utilisée comme corps de référence pour les liquides et les solides, et la masse volumique de l'eau à 4°C est de 1000 kg/m$^3$. Ainsi, pour un corps de masse volumique $\rho_{corps}$, la densité est donnée par:

$$\boxed{d = \frac{masse\ volumique\ du\ corps}{masse\ volumique\ de\ l'eau\ (\rho_{eau})} = \frac{\rho_{corps}}{\rho_{eau}}}$$

La densité relative du mercure, par exemple, est égale à

$$D = \frac{\rho_{mercure}}{\rho_{eau}} = 13,6$$

Pour les gaz et les vapeurs, l'air est souvent utilisé comme corps de référence à la même température et sous la même pression. La densité est une grandeur sans dimension et s'exprime sans unité de mesure.

## 1.4 Le débit:

Le débit d'une conduite correspond à la quantité de fluide qui traverse une section droite de cette dernière par unité de temps.

- **Débit-masse ($q_m$) :** Le débit-masse est défini comme la masse de fluide qui traverse une section droite de la conduite pendant une durée $\Delta t$ :

$$q_m = \frac{\Delta m}{\Delta t}[kg \cdot s^{-1}]$$

- **Débit-volume ($q_v$):** Le débit-volume est défini comme le volume de fluide qui traverse une section droite de la conduite pendant une durée $\Delta t$ :

$$q_v = \frac{\Delta V}{\Delta t}\ [m^3.s^{-1}]$$

- **Relation entre $q_m$ et $q_v$ :** La masse volumique du fluide $\rho$ est donnée par la relation :

$$\rho = \frac{\Delta m}{\Delta V}, \qquad donc \qquad \Delta m = \rho.\Delta V$$

- **Vitesse (m $s^{-1}$)**

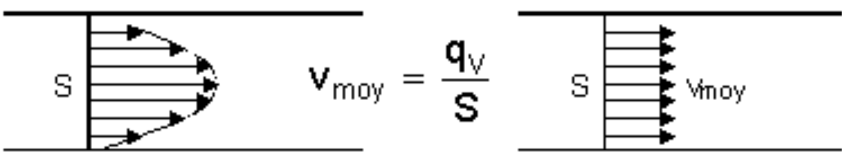


**Figure 1.9:** La vitesse moyenne

**Remarques:** Les liquides sont considérés comme étant incompressibles et peu dilatables, ce qui signifie que leur masse volumique reste constante. Dans ce cas, on parle d'écoulements **iso-volumes**. En revanche, pour les gaz, la masse volumique dépend à la fois de la température et de la pression. Si la vitesse de l'écoulement est faible et que la variation de pression est limitée, on peut considérer que l'écoulement est également **iso-volume** si la température reste constante.

## 1.5 La viscosité des fluides

La viscosité d'un fluide est une propriété physique qui mesure sa résistance aux déformations sous l'effet d'une contrainte tangentielle. En d'autres termes, c'est la capacité d'un fluide à s'écouler.

**Certains fluides, comme le miel, ont une grande viscosité et résistent à l'écoulement, tandis que d'autres, comme l'eau, ont une faible viscosité et s'écoulent facilement.**.

Tous les fluides, qu'ils soient liquides ou gazeux, sont visqueux et obéissent à la loi de Newton qui stipule que la contrainte de déformation tangentielle est égale à la viscosité multipliée par le taux de déformation. On peut classer les fluides en deux grandes familles en fonction de leur comportement visqueux :

- **Les fluides newtoniens** ont une viscosité constante ou qui ne peut varier qu'en fonction de la température. Les exemples courants comprennent l'eau, l'air et la plupart des gaz, (**Figure** 1.10.)

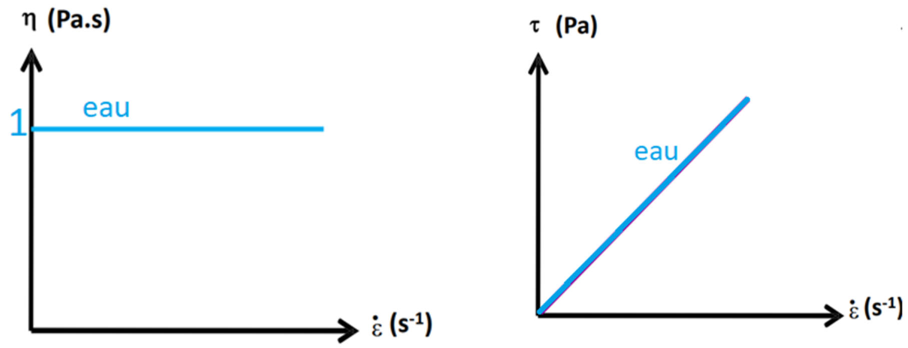


**Figure 1.10:** Rhéogrammes et courbe de viscosité dynamique d'un fluide newtonien.

$$F = \eta A(dv/dx)$$

et viscosité absolue

$$\tau/\dot{\varepsilon} = constante$$

Où : F est la force de cisaillement appliquée, $\eta$ est la viscosité du fluide, A est la surface de contact, dv/dx est le taux de déformation du fluide (le taux de variation de la vitesse en fonction de la distance).

- **Les fluides non newtoniens**, quant à eux, ont une viscosité qui varie en fonction de la vitesse et des contraintes qu'ils subissent lors de leur écoulement. Cette catégorie de fluides est très diverse et comprend des exemples tels que le sang, les gels, les boues, les pâtes, les suspensions et les émulsions (la déformation commence dés qu'une contrainte est exercée et La viscosité diminue pour des vitesses de cisaillement croissantes), (**Figure** 1.11).

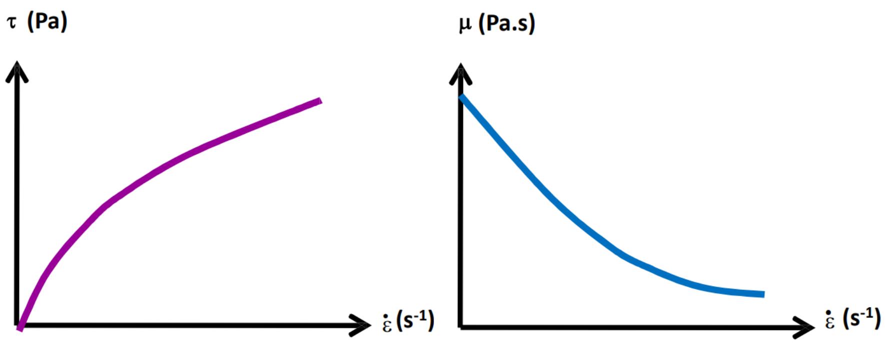


**Figure 1.11:** Courbe de viscosité dynamique d'un fluide non newtonien.

## 1.6 La Viscosité dynamique

La résistance au glissement entre deux couches séparées par un liquide est causée par la force de frottement F qui agit à leur surface de contact, (**Figure** 1.12). Cette force dépend de la différence de vitesse entre les deux couches, notée $\Delta v$, ainsi que de leur surface S et de l'inverse de leur distance $\Delta z$. Le coefficient de viscosité dynamique du fluide, noté $\mu$, est le facteur de proportionnalité entre la force de frottement et les autres paramètres mentionnés.

$$\boxed{F = \mu \cdot S \cdot \frac{\Delta V}{\Delta Z}}$$

- F : force de glissement entre les couches en N
- S : surface de contact entre deux couches en $m^2$
- $\mu$ : viscosité dynamique en $kg/m.s$ ou $N.s/m^2$, poiseuille (Pl) : $1Pa.s = 1Pl = 1kg/m.s$
- $\Delta V$ : écart de vitesse entre deux couches en $m/s$
- $\Delta Z$ : distance entre deux couches en m
- $\tau = F/S$ : contrainte de cisaillement en Pa (pascals)
- Unités de viscosité dynamique pour l'eau : $\mu_w = 1,14 \times 10^{-3} kg/s.m^2$
- Unités de viscosité dynamique pour le mercure : $\mu_{Hg} = 1,552 kg/s.m^2$

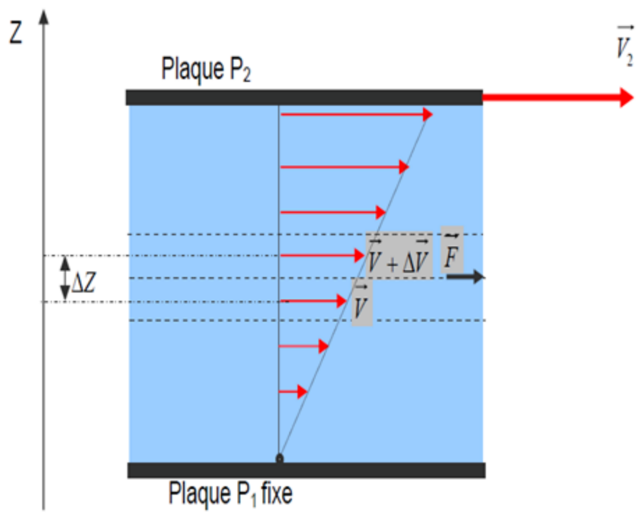


**Figure 1.12:** La résistance au glissement entre deux couches séparées par un liquide

Par exemple, si on considère un fluide visqueux placé entre deux plaques P1 et P2, tel que la plaque P1 est fixe et la plaque P2 est animée d'une vitesse V2.
Si on représente par un vecteur, la vitesse de chaque particule située dans une section droite perpendiculaire à l'écoulement, la courbe lieu des extrémités de ces vecteurs représente le profil de vitesse. Le mouvement du fluide peut être considéré comme résultant du glissement des couches de fluide les unes sur les autres. La vitesse de chaque couche est une fonction de la distance Z.

## 1.7 La Viscosité Cinématique

La viscosité cinématique est une propriété physique qui mesure la résistance d'un fluide à l'écoulement sous l'effet d'un cisaillement. Elle est définie comme la viscosité dynamique divisée par la densité du fluide. Sa formule est la suivante :

$$\boxed{\nu = \frac{\mu}{\rho}}$$

où :
- $\nu$ est la viscosité cinématique en $m^2/s$ et en Stokes (St) : $10^4$ St = $1m^2.s^{-1}$
- $\mu$ est la viscosité dynamique en $kg/m.s$ ou $N.s/m^2$
- $\rho$ est la densité du fluide en $kg/m^3$

La viscosité cinématique est souvent utilisée pour caractériser les propriétés de fluides tels que les huiles, les gaz et les liquides. Elle est également utilisée pour calculer le nombre de Reynolds, qui est un paramètre important dans la dynamique des fluides.

## 1.8 Différence entre viscosité dynamique et viscosité cinématique

La viscosité cinématique est une mesure du temps qu'il faut pour qu'un liquide s'écoule. En revanche, la viscosité dynamique est liée au comportement physique réel d'un fluide lorsqu'il est soumis à une contrainte ou un effort. Autrement dit, elle exprime la résistance d'un fluide à une vitesse de déformation en cisaillement, ce qui est souvent appelé **la "rigidité"** du fluide.

## 1.9 La méthode de mesure de la viscosité

Il existe plusieurs méthodes de mesure de la viscosité, mais la plus courante est la mesure de la viscosité cinématique.

| **Le viscosimètre à capillaire.** | **la méthode de la boule de chute** | **la méthode de la rotation** |
|---|---|---|
| La méthode la plus courante pour mesurer la viscosité cinématique. | La méthode de la boule de chute est une méthode alternative pour mesurer la viscosité d'un fluide. | La méthode de la rotation, également appelée viscosimétrie rotative, est une autre méthode couramment utilisée pour mesurer la viscosité des fluides. |

1. **La méthode le viscosimètre à capillaire** utilise un tube en verre très fin et long, dans lequel un échantillon de fluide est placé. Le fluide s'écoule lentement à travers le capillaire sous l'effet de la gravité, et la viscosité est mesurée en fonction du temps qu'il faut pour que le fluide s'écoule d'une extrémité à l'autre du capillaire(**Figure** 1.13). La viscosité est calculée en utilisant la formule suivante :

$$\boxed{\text{viscosité} = (p * g * t * D^4)/(128 * l * L)}$$

Où p est la densité du fluide, g est l'accélération due à la gravité, t est le temps d'écoulement, D est le diamètre du capillaire, l est la longueur du capillaire, et L est la distance parcourue par le fluide à travers le capillaire.

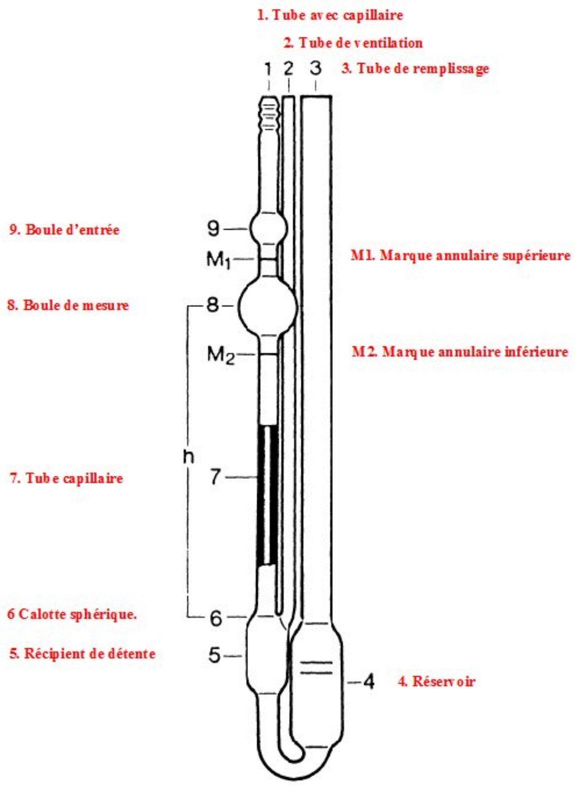


**Figure 1.13:** La méthode le viscosimètre à capillaire

2. **La méthode de la boule de chute** est basée sur la loi de Stokes, qui décrit la force de traînée exercée sur une particule dans un fluide en mouvement.
   Dans cette méthode, une boule en acier ou en verre est placée dans un récipient rempli du fluide à mesurer. La boule est ensuite relâchée et sa vitesse de chute est mesurée à l'aide d'un chronomètre ou d'un capteur de vitesse. La viscosité est calculée en utilisant la loi de Stokes, qui relie la force de traînée exercée sur la boule, la vitesse de chute et les propriétés du fluide. La formule pour calculer la viscosité en utilisant

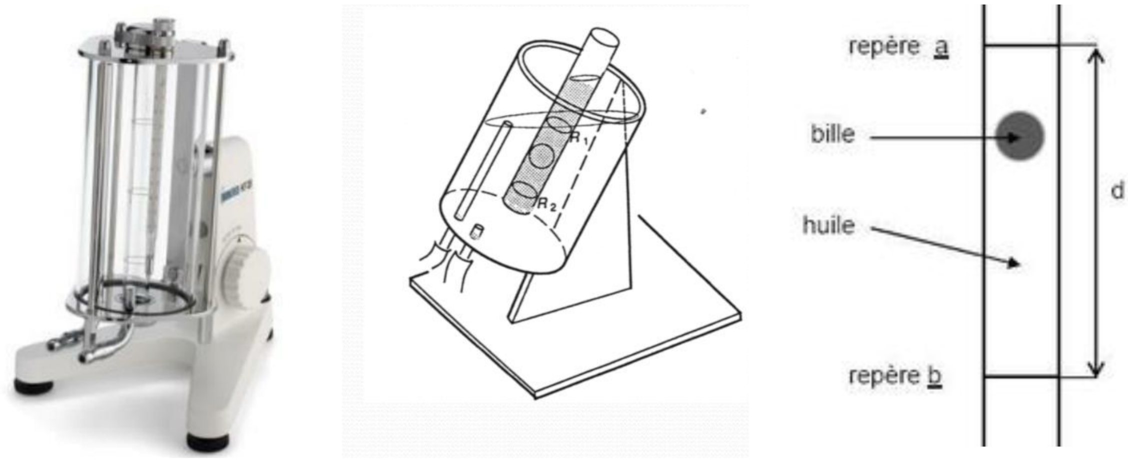


**Figure 1.14:** La méthode de la boule de chute

   la méthode de la boule de chute est la suivante :

$$\boxed{\text{viscosité} = (2 * g * r^2 * (p - p_0) * t)/(9 * v * y)}$$

   Alors g est l'accélération due à la gravité, r est le rayon de la boule, p est la densité de la boule, p0 est la densité du fluide, t est le temps de chute de la boule, v est le volume de la boule et y est la distance parcourue par la boule pendant le temps de chute, (**Figure** 1.14).
   La méthode de la boule de chute est souvent utilisée pour mesurer la viscosité des fluides épais et pâteux, tels que les graisses, les huiles lubrifiantes, les pâtes dentaires et les colles. La méthode de la boule de chute peut être moins précise que la méthode du viscosimètre à capillaire, en particulier pour les fluides à faible viscosité.
3. **La méthode de la rotation** est basée sur la mesure de la force de friction entre le fluide et une partie tournante de l'appareil de mesure. Dans cette méthode, une hélice ou une tige de mesure est immergée dans l'échantillon de fluide et est mise en rotation à une vitesse constante. La résistance à la rotation est mesurée à l'aide d'un capteur de couple ou d'un système de mesure de la force (**Figure** 1.15). La viscosité est calculée en utilisant la relation suivante :

$$\boxed{\text{viscosite = (K * n) / } (R^2)}$$

   où K est une constante de calibrage de l'appareil, n est la vitesse de rotation, R est le rayon de l'hélice ou de la tige de mesure, et la viscosité est exprimée en unités de viscosité dynamique telles que les Poise (P) ou les milliPascal-seconde (mPa.s).

**Remarque:** **Lorsque la température augmente, la viscosité d'un fluide décroît car sa densité diminue et inversement.**.

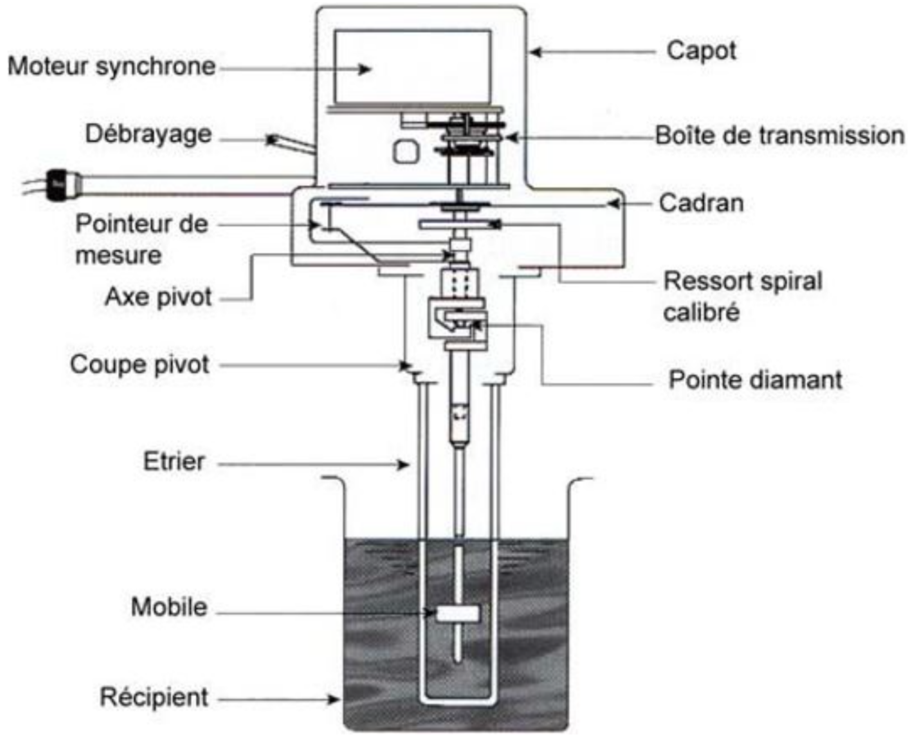


**Figure 1.15:** La méthode de la rotation

## Chapter 1 Exercise

1. **Exercice 1:** Un fluide d'eau s'écoule dans un tuyau horizontal de diamètre D = 5 cm et de longueur L = 20 m. La différence de pression appliquée aux extrémités du tuyau est de

$$\Delta P = 5000Pa$$

La viscosité de l'eau est

$$\mu = 0,001Pa \cdot s$$

- a) Déterminez le régime d'écoulement dans le tuyau.
- b) Calculez le débit volumique Q du fluide.
- c) Si la vitesse d'écoulement est de 2 m/s, le régime d'écoulement serait-il le même ? Justifiez votre réponse.

2. **Exercice 2:**
Déterminer la viscosité dynamique de l'huile d'olive sachant que sa densité est 0,918 et sa viscosité cinématique est 1,089 Stockes.

3. **Exercice 3:**
Du fuel lourd de viscosité dynamique $\mu$=0.11 Pa.s et de densité d=0.932 circule dans tuyau de longueur L=1650m et de diamètre D=25cm à un débit volumique qv=19.7 l/s.
On donne la masse volumique de l'eau $\rho_{eau}$=1000kg/$m^3$
   (a). Déterminer la viscosité cinématique du fuel.
   (b). Calculer la vitesse d'écoulement

(c). Calculer le nombre de Reynolds Re et en déduire la nature de l'écoulement

4. **Exercice 4:** Une huile de densité 0,850 et de viscosité dynamique 0,10104 Pa.s circule dans un tuyau de fonte lisse de longueur L = 3000 m, de diamètre D = 30 cm, avec un débit Q = 44 l/s. Quelle est la vitesse moyenne dans ce tuyau ? et quel est le type d'écoulement?

5. **Exercice 5:** Du fioul lourd circule de A à B par un tuyau d'acier de diamètre D = 15 cm et de longueur L = 900 m. Sa densité est 0,915 et sa viscosité cinématique est de 4,13 $10^{-4}m^2/s$.La pression en A est 110 mCE, celle en B de 3,5 mCE. Quelle est le débit en l/s ? Soit la Vitesse moyenne v=2.16m/s

6. **Exercice 6:** Pour que les conditions soient celles d'un écoulement laminaire, quelle doit être la taille d'un tuyau, s'il doit transporter du fuel-oil ($\upsilon = 6.08.10^{-6}m^2/s$ à rythme de $5.6710^{-3}m^3/s$?

7. **Exercice 7:** Déterminer le régime d'écoulement dans les deux cas suivants:
   - Tube de verre, diamètre 2 cm, vitesse 2 m/s
   - Tuyauterie de fonte, diamètre 60 cm, vitesse 3 m/s

   Ces deux conduites véhiculent de l'eau dont la viscosité cinématique $\nu$= 0,01 g/cm.s. Une installation domestique d'eau potable présente un débit de 20 L/min. Calculer le diamètre minimal de la conduite d'eau pour que l'écoulement soit laminaire

# Chapter 2 Hydrostatique

## 2.1 introduction

Le chapitre en question porte sur la statique des fluides, c'est-à-dire l'étude des fluides au repos (lorsque tous les points dans le fluide ont une vitesse nulle). Le chapitre commence par définir la notion de pression en un point d'un fluide et présente la loi de Pascal, qui stipule que la pression dans un fluide se transmet uniformément dans toutes les directions.
Ensuite, le chapitre aborde les principes de forces hydrostatiques et explique pourquoi? certains corps flottent sur l'eau et pourquoi? la surface de l'eau reste toujours plate. Les ingénieurs doivent tenir compte des forces exercées par les fluides lors de la conception de structures telles que celles-ci. Le chapitre se concentre donc sur l'étude des fluides au repos et présente les lois et théorèmes fondamentaux en statique des fluides, notamment la notion de pression, le théorème de Pascal, le principe d'Archimède et la relation fondamentale de l'hydrostatique. Le chapitre est donc essentiel pour comprendre le comportement des fluides en équilibre et pour concevoir des structures qui interagissent avec des fluides.

## 2.2 Notion de pression en un point d'un fluide (Loi de Pascal)

La notion de pression en un point d'un fluide est définie comme la force par unité de surface exercée par le fluide sur ce point.
Considérons un élément d'un fluide ABCDEF (Prisme triangulaire ) et soient Px, Py et Ps les pressions dans les 3 directions x , y et s : Etablissons la relation entre Px , Py et Ps (**Figure** 2.1)
Selon l'axe des x :

$$\sum F(x) = 0$$

Force due à Px :

$$F_{xx} = P_x.(ABFE) \Rightarrow F_{xx} = P_x.\delta_y.\delta_z.$$

Force due à Py :

$$F_{xy} = 0$$

Composante due à PS:

$$F_{sx} = -P_s.(ABCD)sin\theta \Rightarrow F_{sx} = -P_s.\delta_s\delta_z.\delta_y/\delta_s.$$

$$\Rightarrow F_{sx} = -P_s.\delta_y.\delta_z$$

Puisque le fluide en équilibre

$$\sum F(x) = 0 \Rightarrow F_{xx} + F_{yx} + F_{sx} = 0$$

$$P_x.\delta_y.\delta_z - P_s.\delta_y.\delta_z = 0$$

$$\boxed{P_x = P_s}$$

Selon l'axe des x :

$$\sum F(x) = 0$$

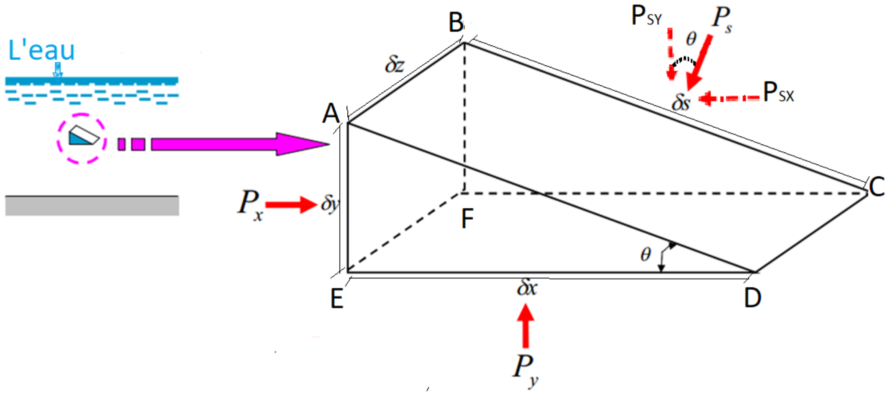


**Figure 2.1:** Notion de pression en un point d'un fluide (Loi de Pascal)

Force due à Px :

$$F_{xy} = 0$$

Force due à Py :

$$F_{yy} = P_y.(FECD) \Rightarrow F_{yy} = P_y.\delta_x.\delta_z$$

Composante due à PS:

$$F_{sy} = -P_s.(ABCD)cos\theta \Rightarrow F_{sy} = -P_s.\delta_s.\delta_z.\delta_x/\delta_s \Rightarrow F_{sy} = -P_s.\delta_x.\delta_z$$

Puisque le fluide en équilibre

$$\sum F(y) = 0 \Rightarrow F_{yy} + F_{xy} + F_{sy} = 0$$

$$P_y.\delta_x.\delta_z - P_s.\delta_x.\delta_z = 0$$

$$\boxed{P_y = P_s}$$

Alors : $\boxed{Px = Py = Ps}$ la loi de pascal : La pression d'un fluide en un point est la même dans toutes les directions.

**La loi de Pascal: La loi de Pascal stipule que la pression dans un fluide se transmet uniformément dans toutes les directions et que tout changement de pression appliqué à un point donné d'un fluide est transmis à tous les points du fluide, sans changement de direction. Cela signifie que si la pression est augmentée ou diminuée en un point, cette variation de pression sera transmise de manière uniforme à tout le fluide. La notion de pression est fondamentale en mécanique des fluides et est utilisée pour comprendre le comportement des fluides en mouvement ou au repos.**

## 2.3 Forces sur un fluide en hydrostatique

### 2.3.1 Statique

La pression exercée par un fluide en un point donné correspond à la force qu'il exerce sur ce point, divisée par la surface sur laquelle il agit. Cette notion est essentielle pour comprendre les phénomènes de statique des fluides et a des applications pratiques dans divers domaines tels que l'ingénierie, la météorologie, l'aérodynamique et l'hydraulique.

Le fluide est en équilibre mécanique dans le champ de pesanteur, comme illustré dans (**Figure** 2.2). Il est important de comprendre que, pour un liquide incompressible, la pression exercée dépend uniquement de :

- la hauteur (ou la profondeur) du liquide $h$ ;
- la masse volumique du liquide $\rho$ ;
- l'accélération due à la pesanteur $g$.

La pression ne varie pas en fonction de la section du récipient. Par conséquent, la formule permettant de calculer la pression exercée par le liquide à une profondeur donnée est :

$$m = \rho.v$$

$$m = \rho.s.h$$

$$p = F/s = m.g/s = \rho.s.h.g/s$$

$$\boxed{p = \rho.g.h}$$

Cette formule présentée est très utile pour effectuer des calculs liés à l'hydrostatique, tels que la détermination

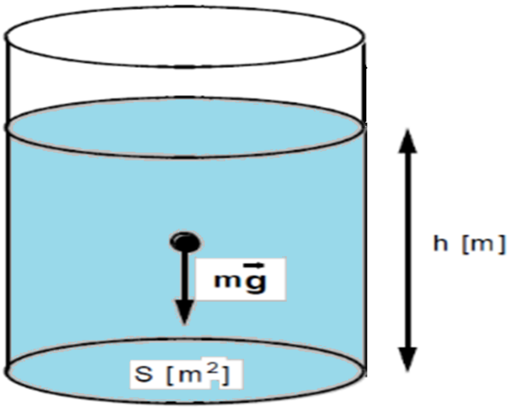


**Figure 2.2:** Le fluide et L'équilibre mécanique dans le champ de pesanteur

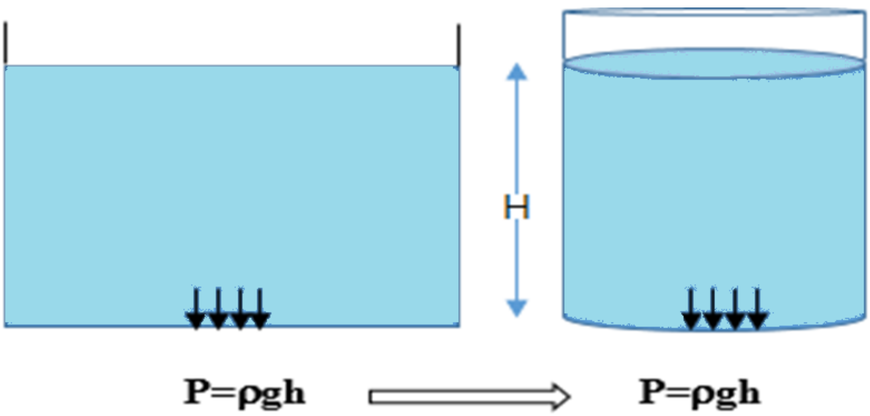


**Figure 2.3:** La pression exercée par un liquide incompressible

de la pression à une certaine profondeur dans un réservoir ou le calcul de la force exercée par un liquide sur une surface immergée. Il convient de souligner que toutes les surfaces libres d'un même liquide soumises à la même pression se trouvent dans un même plan horizontal, ce qui permet de les utiliser pour le nivellement ou le nivellement à bulle d'air (**Figure** 2.3).

**En outre, Le principe de Pascal : Dans un liquide en équilibre de masse volumique uniforme, la pression est identique en tout point du liquide se situant à la même profondeur. Cette pression est appelée pression partielle, car elle ne tient compte que de la force de pesanteur du liquide dans le récipient.**

### 2.3.2 Pression partielle dans un liquide incompressible:

La pression partielle d'un composant dans un mélange de gaz parfaits est définie comme la pression qu'exerceraient les molécules de ce composant s'ils occupaient seuls tout le volume offert au mélange, à la température du mélange. Chaque gaz participe à la pression atmosphérique en fonction de son pourcentage: On définit la pression partielle (Pp) d'un gaz dans un mélange de gaz comme la contribution de ce gaz à la pression totale du mélange. La somme des pressions partielles de chaque constituant du mélange donne la pression totale du mélange gazeux.

$$\boxed{\sum P_p = \sum P_T}$$

### 2.3.3 Pression totale dans un liquide incompressible

Le fond d'un récipient contenant un liquide subit une pression totale ($P_T$) qui est la somme de la pression due au poids du liquide au-dessus de lui (pression hydrostatique $P_p$) et la pression atmosphérique extérieure ($P_{atm}$). Cette relation est donnée par la formule suivante:

$$\boxed{P_T = P_p + P_{atm}}$$

La pression atmosphérique moyenne au niveau de la mer est d'environ 1 atmosphère, ce qui équivaut à $1.013 \times 10^5 [Pa] = 1.013 bar$. Cependant, cette pression atmosphérique varie avec l'altitude, comme l'indique l'équation suivante:

$$\boxed{P = 1,01325.10^5.(1 - 2.26.10^{-5}.h)^{5,255}}$$

La pression atmosphérique se mesure avec un baromètre. il existe différentes unités pour mesurer la pression, notamment le millimètre de mercure (mmHg) et le mètre colonne d'eau (mCE). Le mmHg représente la pression partielle exercée par une colonne de mercure d'un millimètre de hauteur, soit 133,3 Pa, et une atmosphère équivaut à 760[mm-Hg]. Le mCE est une unité utilisée couramment par les services des eaux ou des pompiers et représente la pression exercée par une colonne d'eau d'un mètre de hauteur.

### 2.3.4 Variations de pression dans les fluides

Les variations de pression ont très peu d'effets sur les solides et les liquides. Les gaz par contre, sont très sensibles aux variations de pression. Lorsque nous enfermons un gaz dans un récipient (ballon), la matière ne peut ni entrer ni sortir. La quantité de gaz dans le ballon est constante.La loi des gaz parfaits relie différentes grandeurs physiques dans une simple équation:

$$\boxed{\text{Pv=nRT}}$$

Ce qui veut dire que toute augmentation de pression (P) doit amener une diminution de volume (V) ou/et une augmentation de température (T).Les variations de pression ont très peu d'effets sur les solides et les liquides. Les gaz par contre, sont très sensibles aux variations de pression.

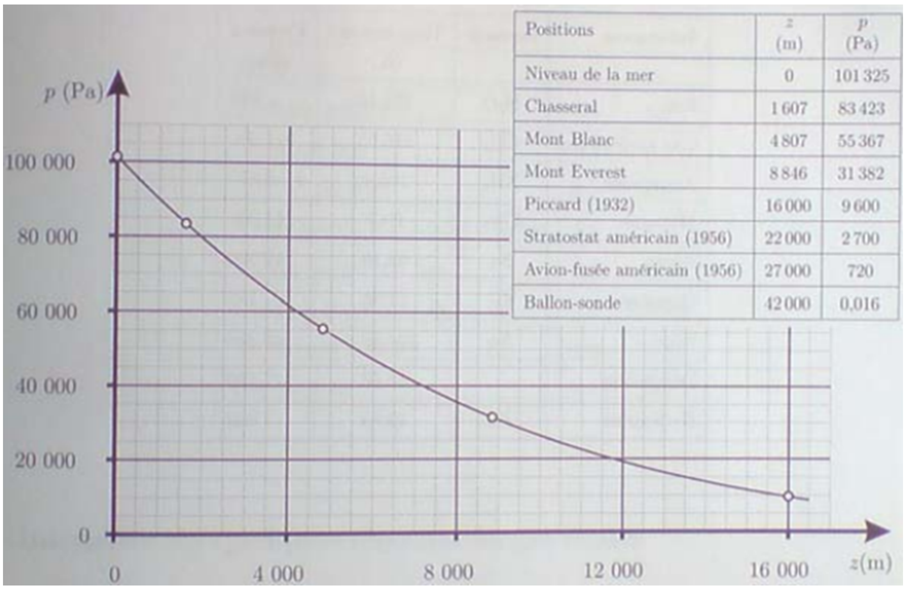


**Figure 2.4:** Pression atmosphérique

**La loi de Boyle-Mariotte** :Dans des conditions isothermes (= à température constante”), le produit de la pression par le volume d’un gaz est constant
il peut être exprimée mathématiquement comme suit :

$$\boxed{PV = Cte \Longrightarrow P_1.V_2 = P_2.V_2}$$

où $P_1$ et $V_2$ représentent la pression et le volume initiaux d’un gaz, et P2 et V2 représentent la pression et le volume finaux. Cette équation implique que si la pression augmente, le volume diminue et vice versa.

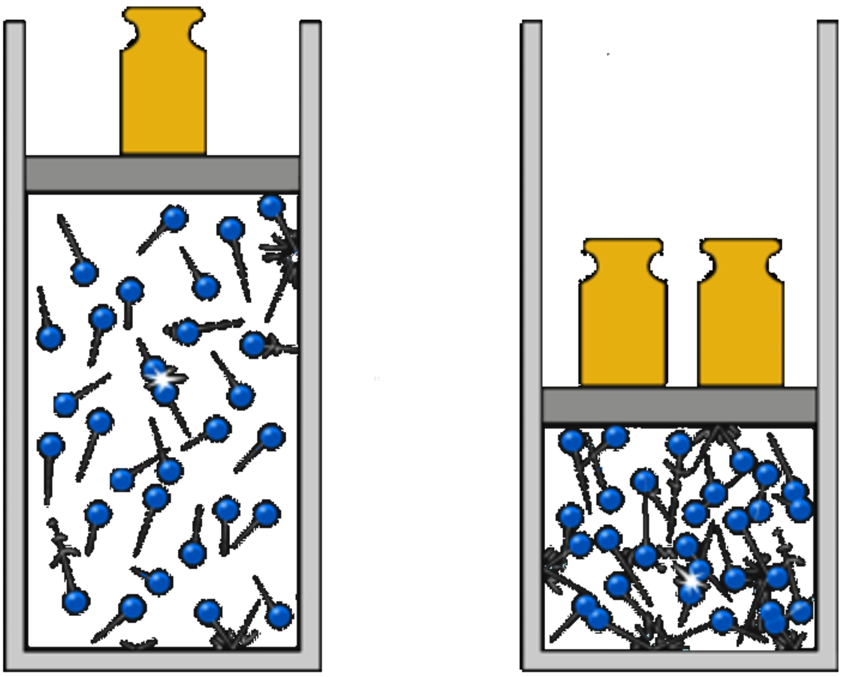

**Figure 2.5:** Pression de gaz (La pression double et le volume est divisé par 2... le produit PV reste constant)

**Loi de Henry** : Le mélange de gaz qui compose l’atmosphère terrestre a une composition relativement stable, à l’exception de la quantité variable de vapeur d’eau présente. En ce qui concerne l’air sec, sa composition est généralement mesurée en pourcentage de volume et peut être exprimée de la manière suivante:

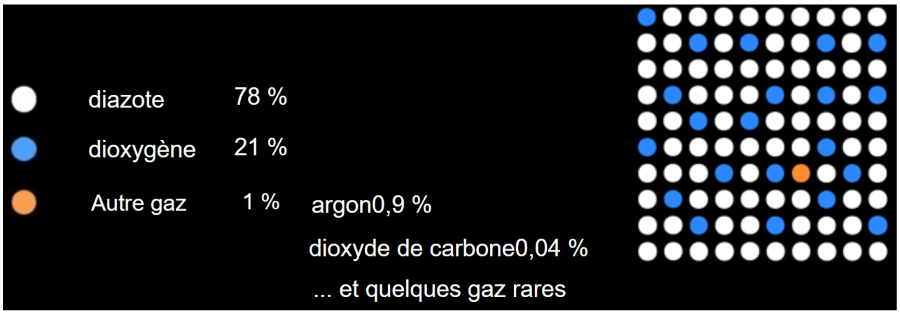


**Figure 2.6:** Le mélange de gaz qui compose l'atmosphère

Le dioxygène représente 21 % du mélange "air". Il participe donc pour 21 % à la pression atmosphérique, soit environ 0,21 bar

$$\boxed{P_p.N_2 + P_p.O_2 + P_p.A_r + P_p.CO_2 + ... = \sum P_T = 1atm}$$

**La Loi de Henry, formulée en 1803 par William Henry, énonce : À température constante et à l'équilibre, la quantité de gaz dissous dans un liquide est proportionnelle à la pression partielle qu'exerce ce gaz sur le liquide.**

La concentration maximale d'un gaz en solution, en équilibre avec une atmosphère contenant ce gaz, est proportionnelle à la pression partielle exercée par ce gaz(ouverture d'une boisson "gazeuse").

## 2.4 Équation fondamentale de l'hydrostatique

Lorsque le fluide est considéré comme incompressible, la variation de pression entre deux points d'un fluide est égale au poids d'une colonne de fluide de surface unitaire et de hauteur égale à la différence de hauteur entre les deux points.

On peux aussi utiliser cette relation de Bernoulli ( dans le cas de l'écoulement permanent d'un fluide parfait), (**Figure** 2.7).

$$\frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2) + \rho g(Z_2 - Z_1) + (P_2 - P_1) = \frac{W}{q_v}\mu$$

P >0 si le fluide reçoit de l'énergie de la machine (pompe)

P <0 si le fluide fournit de l'énergie à la machine (turbine)

W=0 $\Longrightarrow$

$$\frac{P_1}{\rho.g} + Z_1 = \frac{P_2}{\rho.g} + Z_2$$

$$P2 - P1 = \rho * g(Z1 - Z2)$$

où:

$$P(1) - P(2) = -\rho.g(Z2 - Z1)$$

Z: altitude du point considéré.

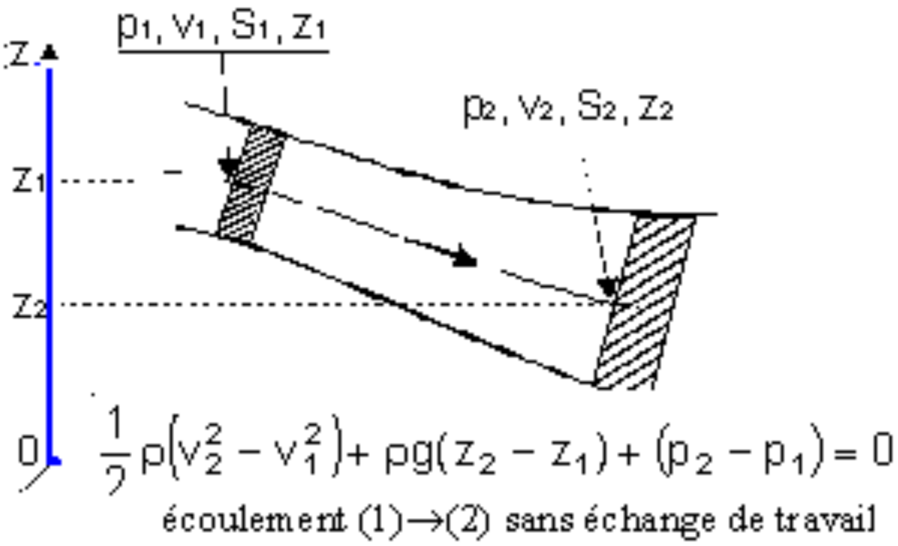


**Figure 2.7:** Relation de Bernoulli ( dans le cas de l'écoulement permanent d'un fluide parfait)

## 2.5 Représentation graphique de la pression

D'après l'équation fondamentale de l'hydrostatique, la pression le long d'une paroi verticale varie suivant une loi linéaire :

$$P = P_0 + \rho.g.h$$

la pression du liquide est toujours dirigée suivant la normale intérieure vers le palier d'action (**Figure** 2.8).

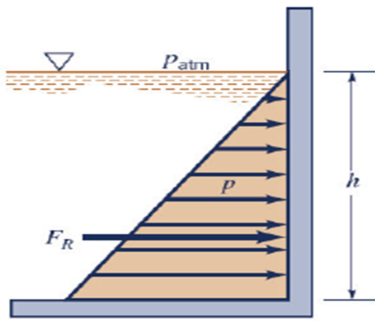


**Figure 2.8:** La pression le long d'une paroi verticale

## 2.6 Poussée d'un fluide sur une paroi verticale

En étudiant les forces de surface présentes dans un liquide en équilibre, on observe que la seule force de surface qui agit est la composante normale, qui représente la force de poussée hydrostatique. Cette observation est valable pour tous les types de liquides, qu'ils soient parfaits ou réels.

Les forces hydrostatiques exercées sur une surface proviennent des forces de pression exercées par le fluide sur cette surface. Ainsi, pour caractériser la pression du fluide sur une surface, il est nécessaire de :

- Mesurer la force de pression exercée par le fluide sur une petite surface donnée,
- Diviser cette force par l'aire de la surface pour obtenir la pression exercée par le fluide.

En résumé, pour caractériser la pression du fluide sur une surface, il est nécessaire de mesurer la force de pression

exercée par le fluide sur une petite surface donnée et de diviser cette force par l'aire de la surface(**Figure** 2.9).
Pour cela on a besoin de:

1. La pression dépend de la profondeur d'eau $P = \rho.g.h$
2. La surface d'application (ds)
3. La pression est toujours perpendiculaire à la surface d'application .

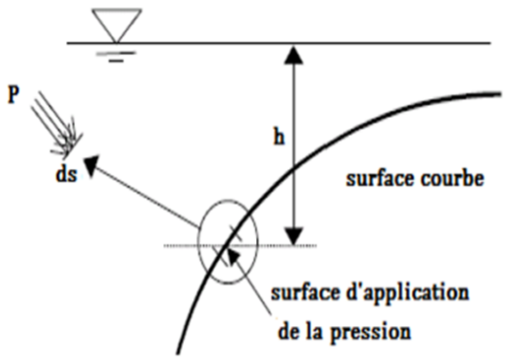


**Figure 2.9:** La composante normale, qui représente la force de poussée hydrostatique

## 2.7 Théorème d'Archimède

La poussée d'Archimède est une force qui s'exerce sur tout objet plongé dans un fluide (liquide ou gaz). Elle est dirigée vers le haut et a pour effet de diminuer le poids apparent de l'objet. Cette force est due à la pression exercée par le fluide sur l'objet et dépend du volume de l'objet ainsi que de la densité du fluide dans lequel il est immergé. La formule mathématique de la poussée d'Archimède est la suivante :

$$\boxed{\vec{\pi_A} = F_A = \rho * g * V}$$

où $\vec{\pi_A}$ la force de la poussée d'Archimède,$\rho$ est la densité du fluide, g est l'accélération due à la gravité et V est le volume de l'objet immergé dans le fluide. La poussée d'Archimède permet notamment aux corps flottants de rester à la surface d'un liquide et aux poissons de nager en utilisant cette force pour se maintenir à différentes profondeurs.

Nous avons un objet de volume $V$, de hauteur $h$, de section $S$ et de masse volumique $\rho_{obj}$, que nous fixons à une certaine position dans un fluide de masse volumique $\rho_{fluide}$. Si nous lâchons cet objet, est-ce qu'il restera immobile, coulera-t-il ou remontera-t-il à la surface ? (**Figure** 2.10 ) Notations :

$V$ : volume de l'objet
$h$ : hauteur de l'objet
$S$ : section de l'objet
$\rho_{obj}$ : masse volumique de l'objet
$\rho_{fluide}$ : masse volumique du fluide
m = la masse de l'objet
S = la surface du haut et du bas de l'objet
h = la hauteur de l'objet ( V = S.h )

Selon le principe de Pascal, les pressions $P_3$ et $P_4$ sont identiques. Par contre la pression

$$P_2 = P_1 + \rho_{fluide}.g.h$$

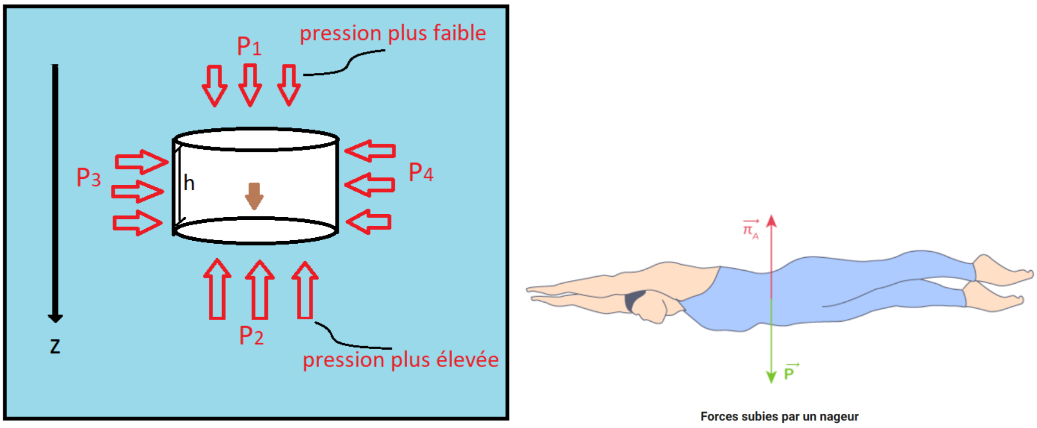


**Figure 2.10:** Théorème d'Archimède

Comparez les forces $F_3$ et $F_4$ et plus généralement toutes les forces horizontales qui s'appliquent sur l'objet.

$$F_3 = F_4$$

et plus généralement, toutes les forces horizontales se compensent, car à une profondeur donnée, la pression est la même est les forces dues à ces pressions s'annulent.

- Exprimez la force F1 en fonction de la pressions P1 et de la surface S.

$$F_1 = P_1.S$$

- Exprimez la masse m de l'objet en fonction de sa masse volumique $\rho_{obj}$, de sa section S et de sa hauteur h.

$$m = \rho_{obj}.V = \rho_{obj}.S.h$$

- Exprimez la force $F_2$ en fonction de la pressions $P_1, \rho_{fluide}, g, h$ et de la surface $S$.

$$F_2 = P_2 S = (P_1 + \rho_{fluide}.g.h)S$$

- En développant, on obtient :

$$F_2 = P_2 S = P_1 S + \rho_{fluide}.g.h.S, \quad donc \quad F_2 - F_1 = \rho_{fluide}.g.V$$

- Exprimez la force résultante $F_{res}$ subie par l'objet, en fonction des autres forces, puis en fonction des deux masses volumiques $\rho_{fluide}$ et $\rho_{obj}$, du volume V de l'objet et de l'accélération de la pesanteur g.

La force résultante, vers le bas, est la somme vectorielle de la force de pesanteur et des forces dues aux pressions, qui se résument par :

$$F_2 - F_1 = \rho_{fluide}.g.V$$

qui est une force dirigée verticalement vers le haut. Donc la force résultante vaut :

$$F_{res} = m.g - \rho_{fluide}.g.V,$$

que l'on peut aussi écrire :

$$F_{res} = (\rho_{objet} - \rho_{fluide}).g.V$$

Le résultat final est que la force résultante vaut :

$$F_{res} = (\rho_{objet} - \rho_{fluide}).g.V$$

- Si $F_{res}$ est positive, la force résultant est dirigée vers le bas.
- Si $F_{res}$ est négative, la force résultant est dirigée vers le haut.

La force

$$\boxed{\vec{\pi_A} = F_A = \rho_{fluide}.V_{imm}.g}$$

s'appelle la Force d'Archimède **Tout objet plongé dans un fluide subit une force, de bas en haut, égale à la force de pesanteur du fluide qu'il déplace.**
L'étude de la force résultante permet de prédire ce qu'il va se passer :

- si $\rho_{objet} > \rho_{fluide}$, la force résultante est positive, l'objet va couler !
- si $\rho_{objet} = \rho_{fluide}$, la force résultante est nulle, l'objet va rester sur place !
- si $\rho_{objet} < \rho_{fluide}$, la force résultante est négative, l'objet va monter !

# Chapter 2 Exercise

1. **Exercice 1:**

   un tube en forme de U rempli de deux liquides non miscibles, tels que l'eau et l'huile, qui ne se mélangent pas entre eux. Selon le principe de Pascal, la pression mesurée en deux points distincts du tube, notés 1 et 2 sur la figure ci-dessous, doit être identique. Autrement dit, on peut écrire cette égalité sous forme d'équation en considérant la densité et la hauteur des liquides dans chaque branche du U, ainsi que la pression atmosphérique :

   $$\rho_1.g.h_1 + P_{atm} = \rho_2.g.h_2 + P_{atm}$$

   En simplifiant cette équation, on obtient :

   $$\rho_1.g.h_1 = \rho_2.g.h_2$$

   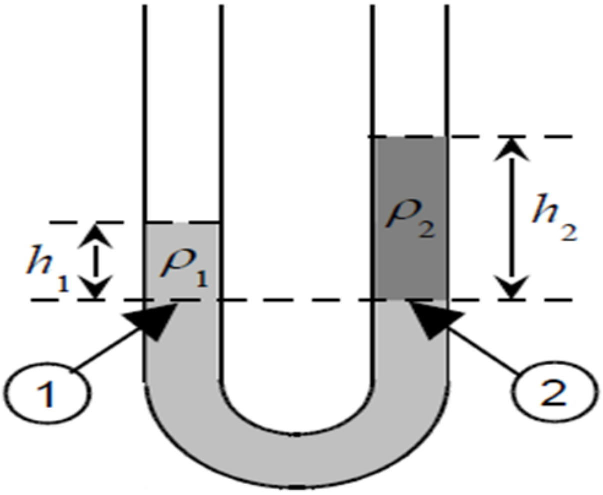
   

   **Figure 2.11:** un tube en U rempli avec deux liquides non miscibles

   On peut, grâce à ce procédé, déterminer la masse volumique $\rho_2$ d'un liquide inconnu, connaissant la masse volumique $\rho_1$ du premier liquide.

2. **Exercice 2:**

   Un liquide possède une masse de 10,0 [kg] est placé dans un récipient cylindrique de 100 [cm2] de section. Sa surface se trouve à 7,35 [cm] au-dessus du fond du récipient.

   A) Quelle est la masse volumique de ce fluide ? Quel est ce fluide ?
   B) Quelle pression partielle exerce ce fluide sur le fond du récipient ?
   C) Quelle pression totale subit le fond du récipient?

3. **Exercice 3:**

   Calculez la pression partielle d'une colonne d'eau de 10,0 mètres de hauteur. $\rho$ = 998 [kg/m3], h = 10,0 [m], et g = 9,81 [N / kg].

4. **Exercice 4: Relation fondamentale de l'hydrostatique (RFH)**

   La figure ci-dessous représente un réservoir ouvert, équipé de deux tubes piézométriques et rempli avec deux liquides non miscibles :

   De l'huile de masse volumique $\rho_1 = 900 kg/m^3$ sur une hauteur $h_1 = 10m$, De l'eau de masse volumique

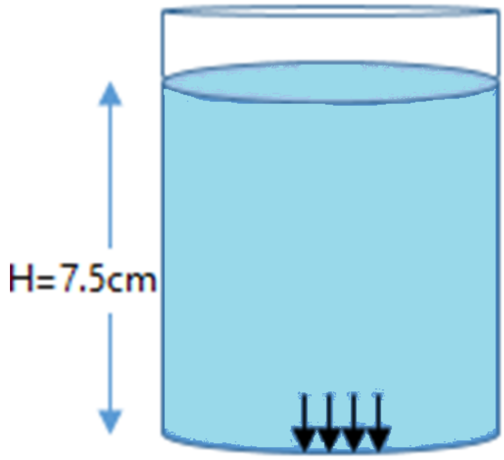


**Figure 2.12:** Un récipient cylindrique de 100 [cm2] de section

$\rho_1 = 1000 kg/m3$ sur une hauteur h2=5 m. Appliquer la relation fondamentale de l'hydrostatique (RFH) entre les points :

A) B et A. En déduire la pression PB (en bar) au point B.
B) A et E. En déduire le niveau de l'huile ZE dans le tube.
C) C et B. En déduire la pression PC (en bar) au point C.
D) C et D. En déduire le niveau de l'eau ZD dans le tube.

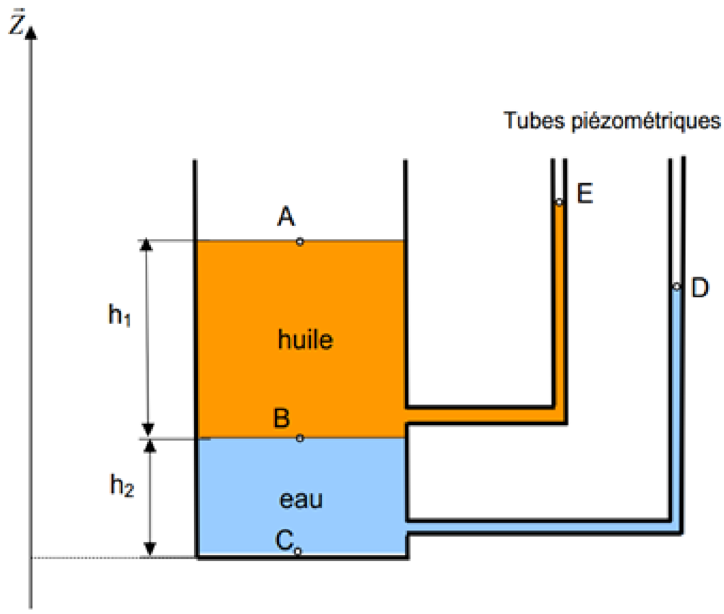


**Figure 2.13:** un réservoir ouvert, équipé de deux tubes piézométriques et rempli avec deux liquides non miscibles

# Chapter 3 Hydrodynamique

## 3.1 Introduction

Le principe de Bernoulli est un concept important en mécanique des fluides qui décrit le comportement d'un fluide en mouvement le long d'un écoulement. Selon le principe de Bernoulli, dans un écoulement de fluide sans frottement visqueux et le long d'une ligne de courant (une ligne imaginaire qui suit le mouvement du fluide), la somme de la pression statique, de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle par unité de masse du fluide reste constante.

Plus précisément, le principe de Bernoulli indique que lorsque le fluide s'écoule dans une conduite ou autour d'un objet, une augmentation de la vitesse de l'écoulement est accompagnée d'une diminution de la pression statique. De même, une diminution de la vitesse de l'écoulement est associée à une augmentation de la pression statique. Cela signifie que lorsque le fluide accélère, sa pression diminue, et lorsque le fluide ralentit, sa pression augmente.

Le principe de Bernoulli est basé sur la conservation de l'énergie le long d'un écoulement de fluide. Il est souvent utilisé pour analyser et prédire le comportement des fluides dans diverses applications, telles que les ailes d'avion, les conduites d'eau, les tuyaux, les ventilateurs, etc.

Le théorème de Bernoulli constitue l'un des principaux piliers de l'analyse du comportement des réseaux par lesquels circulent des fluides incompressibles, tels que l'eau, les huiles, le béton très fluide ou encore l'air dans les bâtiments et les tunnels.

Après avoir lu ce chapitre, vous serez en mesure de :

1. Définir la charge d'une particule fluide et calculer sa valeur ;
2. Définir le débit-masse et le débit-volume d'un écoulement, ainsi que la vitesse débitante et calculer les variations de vitesse débitante à débit constant lors de la variation de section d'un tube de courant ;
3. Expliquer le sens et la signification du théorème de Bernoulli, ainsi que les limites d'utilisation de ce théorème et comment l'appliquer à un écoulement concret ;
4. Identifier une ligne de charge pour un écoulement naturel en charge, ainsi qu'une zone en dépression ou en surpression, et vérifier la constance de la charge d'un écoulement naturel ;
5. Calculer les transferts d'énergie entre les trois composantes de la charge d'un fluide parfait lors de son écoulement, et effectuer un bilan énergétique sur un système fluide.

## 3.2 Débit volumique (Dv)

Après avoir étudié le mouvement des objets, nous nous intéressons maintenant au mouvement des fluides.

Qu'est ce que le débit volumique ?

Débit volumique (Dv) d'un fluide :

Le débit volumique (Dv) d'un fluide est le volume de fluide qui traverse une section donnée par unité de temps. Une section est une surface traversée par un fluide en mouvement, telle que la surface délimitée par la ligne pointillée dans la figure (**Figure** 3.1). Comme le débit volumique exprime un volume traversant une surface par unité de temps, on le définit mathématiquement de la manière suivante :

$$\mathrm{D_v} = \text{Volume}/\text{temps} = m^3/s$$

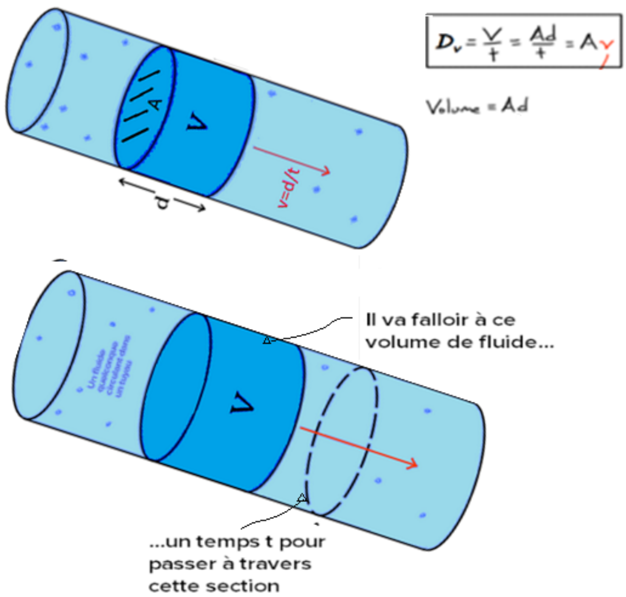


**Figure 3.1:** Débit volumique (Dv) d'un fluide et la variation de vitesse dans une conduite

Le débit volumique est donc le nombre de mètres cubes de fluide qui traversent une surface donnée par seconde

**Existe-t-il une autre formule pour le débit volumique ?**

Il se trouve qu'il existe une autre façon d'écrire le débit volumique que la formule ci –dessus. Le volume de fluide se trouvant dans une portion de tuyau peut s'écrire

$$\mathrm{V} = \mathrm{s} \cdot \mathrm{L}$$

s: étant l'aire de la section de tuyau et L sa longueur, comme indiqué dans la figure (**Figure** 3.1).

On remplace V (volume) , par son expression dans l'équation du débit volumique pour obtenir la formule suivante (**Figure** 3.2):

$$\mathrm{D_v} = \frac{Volume}{temps} = \frac{S.L}{t} = \mathrm{S} \cdot (\mathrm{Vitesse}) = \mathrm{s} \cdot \mathrm{v}$$

$\mathrm{L}/\mathrm{t}$ : Représente en fait la longueur du volume de fluide divisée par le temps qu'il faut au fluide pour parcourir

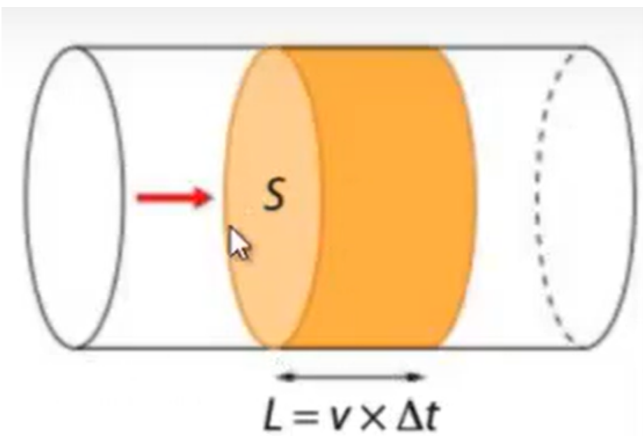


**Figure 3.2:** Débit volumique en fonction du temps

la dite longueur, ce qui correspond à la vitesse d'écoulement du fluide.

s : est l'aire de la section du tuyau dans lequel passe le fluide, et v est la vitesse du fluide dans le tuyau. On obtient donc une nouvelle formulation du débit volumique

$$\mathrm{D_v} = \mathrm{S} \cdot \mathrm{v} \quad (m^3/s)$$

Si le tuyau présente une forme autre que celle d'un cylindre, l'expression de l'aire de sa section ne sera pas simplement s $= \pi r^2$. Cependant, dans la plupart des cas, les tuyaux sont cylindriques, ce qui permet d'utiliser cette formule.

Étant donné que les liquides sont incompressibles, toute partie de liquide se déplaçant à l'intérieur d'un tuyau peut changer de forme, mais son volume reste constant. Cela signifie que même si le diamètre du tuyau augmente ou diminue, le volume de liquide reste inchangé.

## 3.3 La conservation du débit volumique

**Qu'est-ce que la conservation du débit volumique ?**

Dans la **Figure** 3.3, on peut observer que le volume $V$ du liquide à gauche change de forme lorsqu'il entre dans la portion plus étroite du tuyau à droite, mais ce volume de liquide reste constant en raison de l'impressionnabilité du liquide. Étant donné que les liquides sont incompressibles, un volume donné de liquide conserve sa quantité

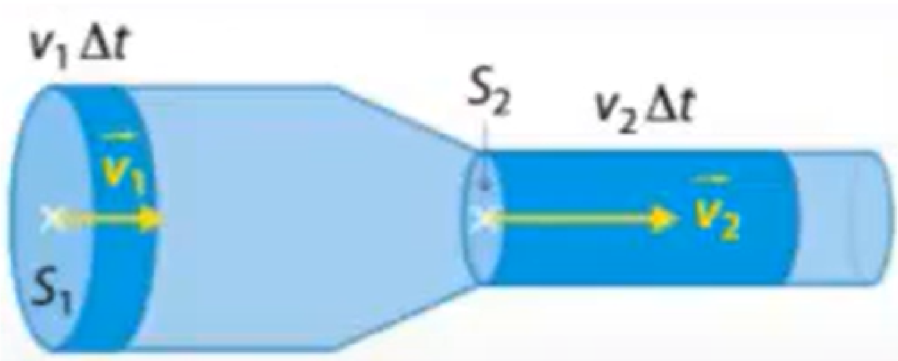


**Figure 3.3:** La conservation du débit volumique

lorsqu'il se déplace à travers un tuyau. Cela signifie que le volume de liquide qui entre dans une portion de tuyau pendant un certain laps de temps doit être équivalent au volume de liquide qui en sort pendant la même durée.

**Par exemple** : Si nous injectons 2 mètres cubes d'eau dans un tuyau déjà rempli d'eau pendant une heure, alors 2 mètres cubes d'eau doivent également sortir de ce tuyau au cours de cette même heure. Si cela ne se produit pas, cela signifie que l'eau aurait été comprimée à l'intérieur du tuyau, ce qui est impossible car les liquides sont incompressibles. Ce raisonnement s'applique non seulement aux quantités de liquide entrant et sortant d'un tuyau dans son ensemble, mais également à toute portion arbitraire du tuyau. Ainsi, le débit volumique $\mathrm{D_v}$ d'un fluide incompressible reste constant en tout point du tuyau par lequel ce fluide s'écoule.

On peut donc écrire $\mathrm{D_v}$ = constante ce qui revient à écrire, pour tout couple de points à l'intérieur du tuyau, l'égalité des débits volumiques :

$$\mathrm{D_{v1}} = \mathrm{D_{v2}}$$

On peut aussi utiliser l'autre expression du débit volumique,

$$\boxed{S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2}$$

Cette équation de conservation du débit volumique est utilisée pour les fluides incompressibles. Elle est dérivée du fait que le fluide qui s'écoule dans le tuyau est incompressible. Cette équation est particulièrement utile car elle indique que le produit de la section transversale du tuyau et de la vitesse du fluide, noté s · v, reste constant en tout point du tuyau. En d'autres termes, quelle que soit la position considérée dans le tuyau, la valeur de s · v sera toujours la même si le fluide est incompressible.

## 3.4 Équation de Bernoulli

L'équation de Bernoulli est utilisée pour analyser le mouvement d'un fluide dans divers types de conduits ou réservoirs, qu'il s'écoule dans une direction ou dans une autre.En effet, elle suppose que, de façon appréciable :

- il n'existe pas de perte d'énergie par frottement,
- il n'y ait aucune variations d'énergie par échange de travail avec l'extérieur,
- il n'y ait pas de variations d'énergie à cause des forces d'inertie à l'intérieur du liquide, et que donc le mouvement soit indépendant du temps (mouvement permanent).

Elle n'est donc utilisables en principes que pour les "liquides parfaits" (liquides dont l'écoulement ne comporte pas de pertes ou de gains d'énergie appréciable).

## 3.5 Qu'est ce que le principe de Bernoulli ?

Le principe de Bernoulli établit une relation entre la vitesse et la pression d'un fluide en un point donné, ce qui peut sembler contre-intuitif à première vue. En résumé, le principe de Bernoulli indique que dans un fluide s'écoulant horizontalement, la pression est plus faible aux points où la vitesse est élevée, et plus élevée aux points où la vitesse est plus faible. Cela signifie que dans une canalisation horizontale avec des sections de diamètres différents, la pression de l'eau est plus faible dans les sections où l'eau s'écoule rapidement que dans les sections où elle s'écoule lentement.

Bien que cela puisse sembler contre-intuitif, car on pourrait penser qu'une vitesse élevée est associée à une pression élevée, le principe de Bernoulli explique que l'eau accélère lorsque la pression derrière elle est plus élevée que devant elle. Le cours ultérieur permettra d'expliquer et de démystifier ce principe, le rendant ainsi plus intuitif.

## 3.6 D'où vient le principe de Bernoulli ?

Un fluide incompressible, lorsqu'il atteint une portion étroite de tuyau, voit sa vitesse augmenter afin de maintenir son débit volumique constant. C'est la raison pour laquelle l'eau jaillit plus rapidement d'un tuyau d'arrosage quand on y monte un embout étroit. Mais si la vitesse du fluide augmente, son énergie cinétique augmente aussi, n'est ce pas ? D'où provient donc cette énergie cinétique nouvellement acquise ? Du tuyau ? De l'embout ? La seule façon de fournir de l'énergie cinétique à un système est de lui fournir sous forme de travail.

C'est le théorème de l'énergie cinétique qui l'impose Donc si la vitesse du fluide augmente, c'est qu'une force extérieure lui fournit un travail. Quelle force peut donc fournir un travail au fluide ? Il existe bien des forces dissipatives dont le travail est négatif, mais pour simplifier on considère dans ce polycopie que ces forces visqueuses sont négligeables et que l'écoulement du fluide est parfaitement laminaire. Un écoulement laminaire est un écoulement dans lequel les lignes de courant sont parallèles entre elles et ne se croisent jamais. Dans un écoulement laminaire, il n'y a ni turbulences ni tourbillons.

On admet donc qu'il n'y a pas de pertes d'énergies dues à des forces dissipatives. Dans ce cas, quelles forces non-dissipatives fournissent au fluide le travail qui lui permet d'atteindre sa nouvelle vitesse ? C'est la pression des portions de fluide voisines qui est à l'origine de la force fournissant au fluide le travail nécessaire à son accélération. On considère une conduite dans laquelle de l'eau s'écoule de façon laminaire de gauche à droite. Lorsque le volume d'eau, indiqué en bleu foncé dans la figure ci dessous (**Figure** 3.4), atteint la partie étroite de la conduite, sa vitesse augmente.

La force pressante engendrée par la pression $P_1$, à gauche du volume d'eau considéré, le pousse vers la droite et lui fournit un travail positif puisqu'elle le pousse dans le sens de son déplacement. La force pressante engendrée par la pression $P_2$, à droite du volume d'eau considéré, le pousse vers la gauche et lui fournit un travail négatif puisqu'elle le pousse dans le sens opposé à son déplacement.

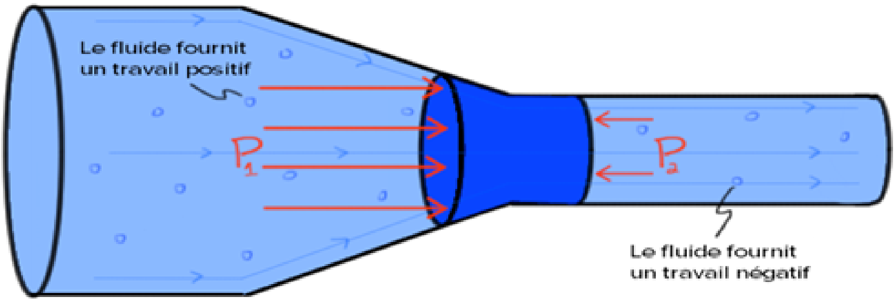


**Figure 3.4:** La pression des portions de fluide voisine

## 3.7 Démonstration le principe de Bernoulli

Le théorème de Bernoulli exprime la conservation de l'énergie mécanique lors de l'écoulement d'un fluide parfait , le long d'une ligne de courant. Considérons un fluide qui s'écoule en régime permanent dans une canalisation quelconque. Soit un tube de courant élémentaire s'appuyant sur les sections $S1$ et $S2$ et la ligne de courant qui passe par les centres$A$ et $V$ des deux sections droites $S1$ et $S2$. Soit $m$ la masse de fluide qui se trouve comprise entre les sections $S1$ et $S2$ à l'instant$t$ à $t + dt$, elle se trouve entre $S * 1$ et $S * 2$.
L'écoulement étant stationnaire, ceci revient à dire que tout se passe comme si la masse $dm$ de fluide qui se trouve comprise entre les sections $S1$ et $S * 1$. À l'instant t était transporté entre les sections $S2$ et $S * 2$ à $t + dt$. Appliquons le théorème de l'énergie cinétique à la tranche de fluide de masse $dm$ entre les instants $t$ et $t + dt$ :

## 3.8 Théorème de l'énergie cinétique

$$\underset{t\to t+dt}{\Delta \mathrm{E}_c} = \sum_{t\to t+dt} \mathrm{W} \cdot \vec{\mathrm{F}}_{ext}$$

La variation d'énergie cinétique entre $t$ et $t + dt$

$$\underset{t\to t+dt}{\Delta \mathrm{E}_c} = \mathrm{E}_c\,(t + dt) - \mathrm{E}_c\,(t)$$

Travail des forces extérieures entre $t + dt$

❏ Bilan des forces extérieures appliquées à la tranche fluide de masse $dm$

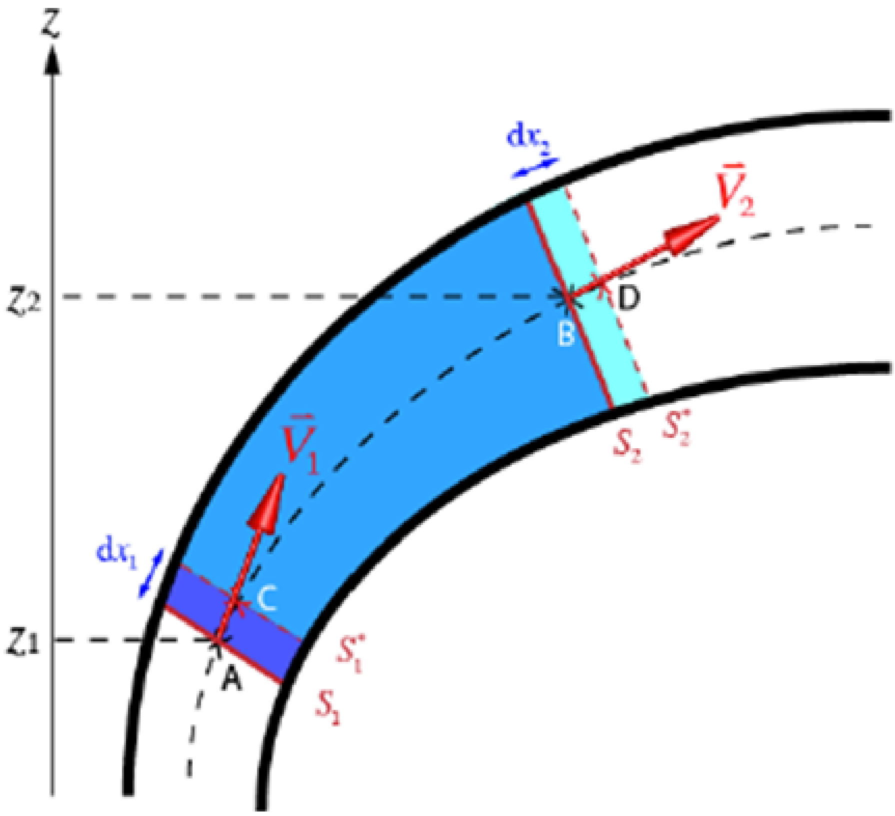


**Figure 3.5:** La conservation de l'énergie mécanique lors de l'écoulement d'un fluide parfait

- Poids de la tranche de fluide $\overrightarrow{\mathrm{P}} = dm\,\overrightarrow{g}$
- Forces de pressions :
  - Force de pression sur $dS_1$ $\overrightarrow{\mathrm{F_1}}$
  - Force de pression sur $dS_2$ $\overrightarrow{\mathrm{F_2}}$

❑ Travail total du poids de la tranche de fluide $\mathrm{W}\overrightarrow{\mathrm{P}} = \int_{z1}^{z2} \overrightarrow{\mathrm{P}} \cdot \overrightarrow{dt}$

$\mathrm{W}\overrightarrow{\mathrm{P}} = \int_{z1}^{z2} dm\,\overrightarrow{g} \cdot \overrightarrow{dt} = \int_{z1}^{z2} -dm\,g\,\overrightarrow{k}\,dz\,\overrightarrow{k}$

$\mathrm{W}\overrightarrow{\mathrm{P}} = -\int_{z1}^{z2} dm\,g\,dz = -dm\,g\,\int_{z1}^{z2} dz \rightarrow \mathrm{W}\overrightarrow{\mathrm{P}} = -dm\,g\,(z_2 - z_1)$

❑ Travail des forces de pression

- ✓ Travail de la force de pression $\overrightarrow{\mathrm{F_1}} \rightarrow \mathrm{W}\overrightarrow{\mathrm{F_1}} = P_1 \cdot S_1 \cdot dx_1 = P_1 \cdot S_1 \cdot V_1 \cdot dt$
- ✓ Travail de la force de pression $\overrightarrow{\mathrm{F_2}}$ par analogie, on en deduit que la force de pression sur la section $dS_2 : \rightarrow \mathrm{W}\overrightarrow{\mathrm{F_2}} = -P_2 \cdot S_2 \cdot dx_2 = P_2 \cdot S_2 \cdot V_2 \cdot dt$

Signe (-) car le travail de $F_2$ est résistant au mouvement.

D'après l'équation de continuité, on a :

$D_{m1} = D_{m1} = D_m$

Débit Massique ($D_m$) d'un fluide

Le débit est la quantité de matière (exprimée par une masse ou un volume) qui passe à chaque unité de temps à travers cette section.

Si on choisi d'exprimer la quantité de matiere, alors on parlera de débit massique. Si on choisi un volume on parlera de débit volumique .

➜ Si une masse $m$ de fluide traverse la section de passage pendant un intervalle de temps $t$, on pourra calculer le débit massique $q_m$ $\quad q_m = D_m = \dfrac{m}{t} = \dfrac{\Delta m}{\Delta t}$ [Kg/s] ➜ Si un volume $V$ franchit la

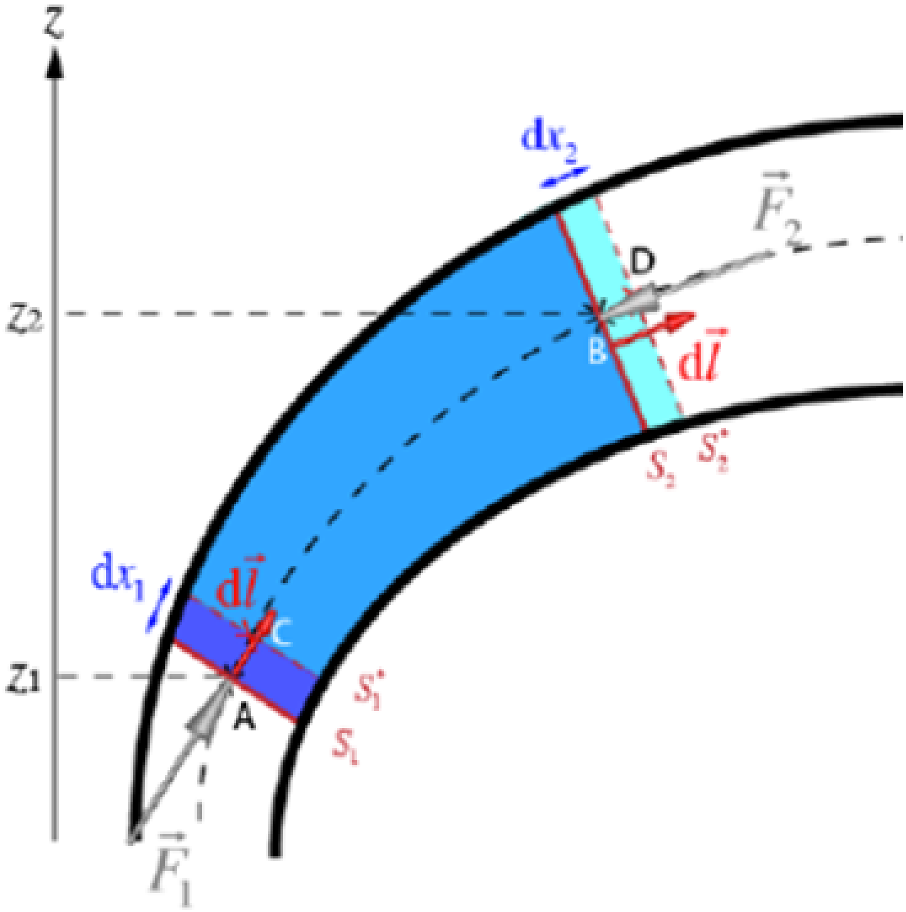


**Figure 3.6:** Travail de la force de pression et la conservation de l'énergie mécanique lors de l'écoulement

section de passage pendant un intervalle de temps $t$, on calculera le débit volumique

$$q_v; q_v = D_v = \frac{V}{t} = \frac{\Delta V}{\Delta t}\ [\mathrm{m}^3/\mathrm{s}]$$

**Relation entre débit massique et débit volumique** : $q_m = q_v \cdot \rho$

Dans notre figure ci-dessus

$$D_{m1} = D_{m2} = D_m$$

$$\rho_1 \cdot S_1 \cdot V_1 = \rho_2 \cdot S_2 \cdot V_2 = \frac{dm}{dt}$$

$$\rho_1 \cdot S_1 \cdot V_1 \cdot dt = \rho_2 \cdot S_2 \cdot V_2 \cdot dt = dm$$

$$\frac{dm}{\rho_1} = S_1 \cdot V_1 \cdot dt \quad \text{et} \quad \frac{dm}{\rho_2} = S_2 \cdot V_2 \cdot dt$$

On obtient dans (1) et (2)

$$(1) \rightarrow \mathrm{W}\overrightarrow{\mathrm{F}_1} = \mathrm{P}_1 \frac{dm}{\rho_1}$$

$$(2) \rightarrow \mathrm{W}\overrightarrow{\mathrm{F}_2} = \mathrm{P}_2 \frac{dm}{\rho_2}$$

Théorème de l'énergie cinétique :

$$\underset{t\to t+dt}{\Delta \mathrm{E}_c} = \frac{1}{2} dm \left(V_2^2 - V_1^2\right)$$

$$\sum_{t\to t+dt} \mathrm{W} \cdot \overrightarrow{\mathrm{F}}_{ext} = \mathrm{W} \cdot \overrightarrow{\mathrm{P}} + \mathrm{W} \cdot \overrightarrow{\mathrm{F}_1} + \mathrm{W} \cdot \overrightarrow{\mathrm{F}_2}$$

$$= -dm\, g\, (z_2 - z_1) + \mathrm{P}_1 \frac{dm}{\rho_1} - \mathrm{P}_2 \frac{dm}{\rho_2}$$

$$\frac{1}{2} dm \left(V_2^2 - V_1^2\right) = -dm\, g\, (z_2 - z_1) + \mathrm{P}_1 \frac{dm}{\rho_1} - \mathrm{P}_2 \frac{dm}{\rho_2}$$

$$\frac{1}{2}\left(V_2^2 - V_1^2\right) = -g\, (z_2 - z_1) + \frac{\mathrm{P}_1}{\rho_1} - \frac{\mathrm{P}_2}{\rho_2}$$

$$\frac{1}{2} V_1^2 + g\, z_1 + \frac{\mathrm{P}_1}{\rho_1} = \frac{1}{2} V_2^2 + g\, z_2 + \frac{\mathrm{P}_2}{\rho_2}$$

Si le fluide est incompressible,($\rho_1 = \rho_2 = \rho$) on peut écrire:

$$\mathrm{P}_1 + \frac{1}{2}\rho V_1^2 + \rho g\, z_1 = \mathrm{P}_2 + \frac{1}{2}\rho V_2^2 + \rho g\, z_2$$

## THÉORÈME DE BERNOULLI

(Fluide parfait, incompressible, en écoulement permanent)

$$\boxed{\mathrm{P} + \frac{1}{2}\rho V^2 + \rho g\, z = cste}$$

le théorème de Bernoulli prédit qu'une augmentation de la vitesse en un point d'une ligne de courant s'accompagne d'une diminution de la pression en ce même point.

# Chapter 3 Exercise

1. **Exercice 1:**
Un fluide parfait incompressible s'écoule d'un orifice circulaire situé sur le côté d'un réservoir avec un débit volumique qv = 0,4 L/s. Le diamètre de l'orifice est d=10 mm.

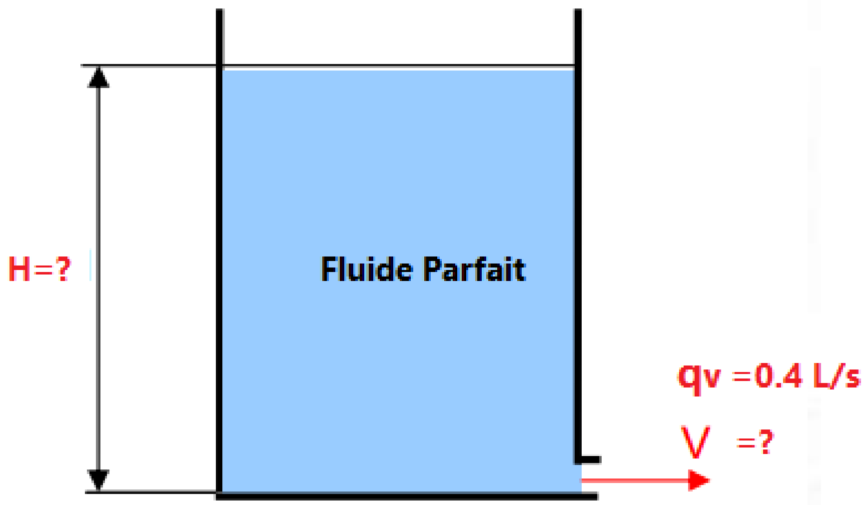


**Figure 3.7:** un réservoir avec un débit volumique qv = 0,4 L/s

   (a). Déterminer la vitesse d'écoulement au niveau de l'orifice.
   (b). Énoncer le théorème de Bernoulli.
   (c). A quelle distance de la surface libre se trouve l'orifice ?

2. **Exercice 2:**
Quel est diamètre interne doit avoir une canalisation, pour que s'écoule un débit massique de 73 600 kg/h d'huile d'olive à 0.25 m.s-1 ? Quel est le régime d'écoulement de l'huile d'olive ? Sachant que sa masse volumique est de 920 kg/m3.

3. **Exercice 3:**
Un débit de $10m^3/h$ d'eau circule à l'intérieur d'une canalisation circulaire et horizontale de diamètres D1 = 56 mm et D2 = 38 mm, et sa viscosité dynamique $\mu = 0.001 Pa.s$
   (a). Déterminer les régimes d'écoulement au point 1 et 2
   (b). Déterminer la pression statique au point 2 (en Pa), sachant que la pression statique au point 1 est de 3 bars ?

4. **Exercice 4:**
Nous souhaitons transférer un fluide par surpression d'un réservoir à un autre, on considérera que le niveau dans le récipient R1 est constant. Nous souhaitons transférer 5 m3 du récipient R1 au récipient R2 en 10 minutes. La canalisation permettant ce transfert à un diamètre de 10.3 cm. Nous négligerons les pertes de charge.
   (a). Déterminer le débit volumique de transfert en m3.h-1.
   (b). Déterminer le régime d'écoulement à la sortie de la tuyauterie.
   (c). Déterminer la pression statique (en Pa ) nécessaire dans le récipient R1 afin de réaliser ce transfert.
   Données : g = 9.81 m.s-2 $\rho = 820 kg.m-3$ $\mu = 0.008 Pa.s$

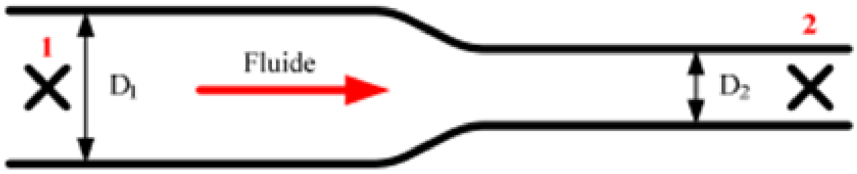


**Figure 3.8:** une canalisation circulaire et horizontale de diamètres D1 = 56 mm et D2 = 38 mm

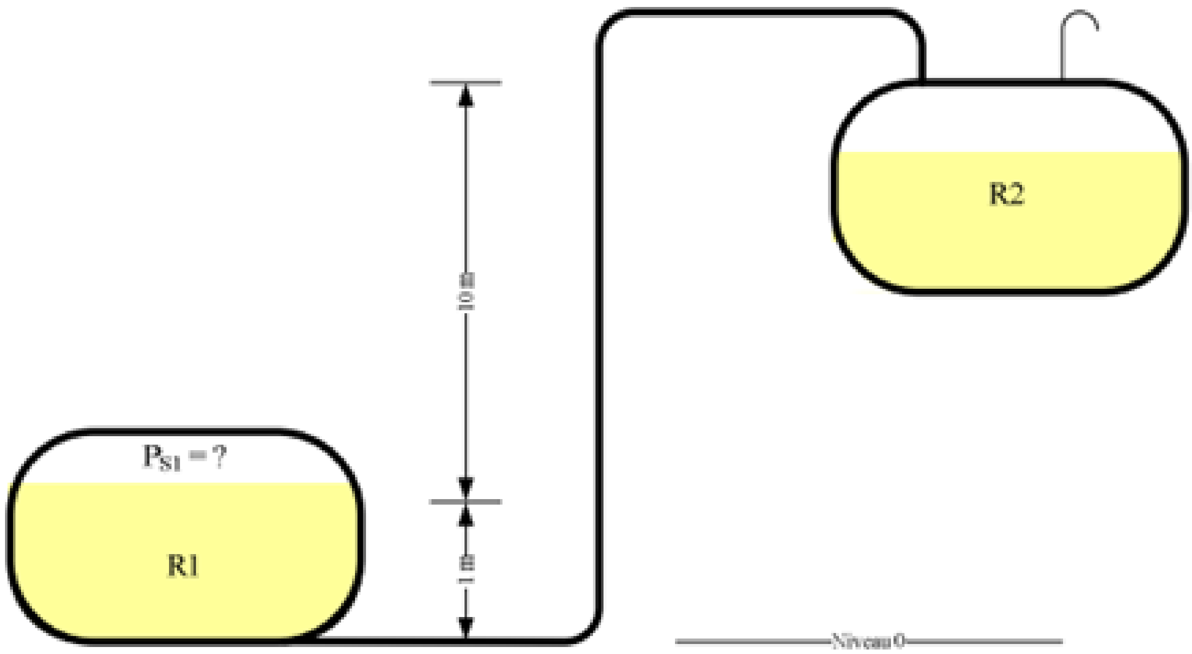


**Figure 3.9:** L'écoulement entre deux réservoirs

# Chapter 4 Propriétés hydrauliques des sols

## 4.1 Introduction

Les propriétés hydrauliques du sol jouent un rôle important dans la qualité du sol et de l'environnement. La teneur en eau est fonction de la porosité et de la perméabilité du sol.

Tous les types de sols sont plus ou moins perméables. L'eau s'infiltre rapidement à travers les sols pulvérulents (sable et gravier). La perméabilité correspond à la vitesse à laquelle l'eau circule au sein du sol. La vitesse de décharge de l'eau, pour un gradient hydraulique égale à l'unité, est quelques mètres ou centimètres par heure dans sols grenus alors que, cette vitesse ne dépasse pas quelques centimètres par an pour les sols argileux.

Le sous-sol est constitué d'un mélange de terre et de graviers 'a travers lequel l'eau s'infiltre et circule. Cette circulation est ici modélisée par des écoulements potentiels en milieu poreux. Ces écoulements, dont le champ de vitesse est le gradient d'un potentiel, se rencontrent en mécanique des fluides lorsque la vorticelle peut être néglige. C'est le cas des écoulements souterrains lents aux échelles grandes devant la taille des graviers (**Figure** 4.1).

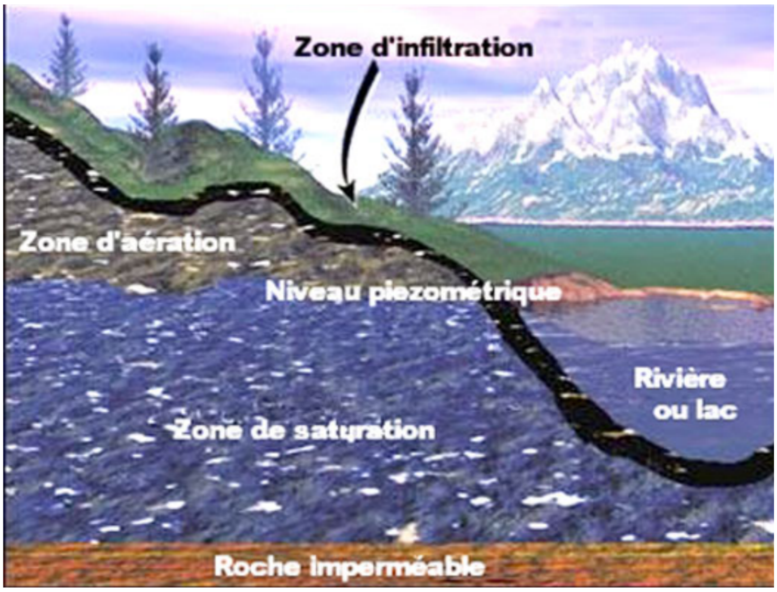


**Figure 4.1:** Nappe phréatique en contact avec une rivière ou un lac. Photo NASA GSFC.

## 4.2 Perméabilité du sol

Un matériau est dit perméable s'il contient des vides continus. Par conséquent, la différence entre l'écoulement de l'eau à travers le sable propre et à travers l'argile n'est qu'une question de degré.Cette perméabilité est étroitement dépendante de la texture et de la structure du matériau (sol et gravier,**Figure** 4.2).Donc, la perméabilité est une aptitude d'un matériau à se laisser traverser par un fluide de forme liquide ou gazeuse.

**Figure 4.2:** La perméabilité dans les matériaux poreux et les argiles

## 4.3 Définitions et équation d'écoulement de Darcy

Dracy en 1856 a étudié l'écoulement sous pression de l'eau dans une conduite verticale remplie du sable. Dans un régime permanent, il a mesuré le débit de filtration et la perte de charge entre les deux extrémités, (Figure4.3).

## 4.4 Charge hydraulique

L'eau s'écoule à travers les sols en réponse à un gradient de charge totale ou hydraulique (h) défini comme:

$$h = \frac{u}{\gamma_w} + z$$

Figure 4.3 présente la hauteur de la charge hydraulique et la perte de charge entre deux extrémités 1 et 2, dans laquelle 1 et 2 représentent deux points sur une ligne d'écoulement dans le sol.
Les distances verticales de ces niveaux au point 1 et le point 2 sont les charges piézométrique, $u_1/\gamma_w$,$u_2/\gamma_w$ respectivement.
Où $u_1$ et $u_2$ : les pressions interstitielles des points 1 et 2.
L'élévation verticale de chaque point est définie par la position de charge z à un référentiel.
Le niveau de l'eau dans le piézomètre du point 1 est supérieure au niveau de piézomètre du point 2. L'eau ne peut s'écouler que si h1 est différent de h2. Dans notre figure3.1, h1 est supérieur à h2 l'eau s'écoule de 1 vers 2 et la perte de charge entre 1 et 2 est

$$\Delta h = h_1 - h_2$$

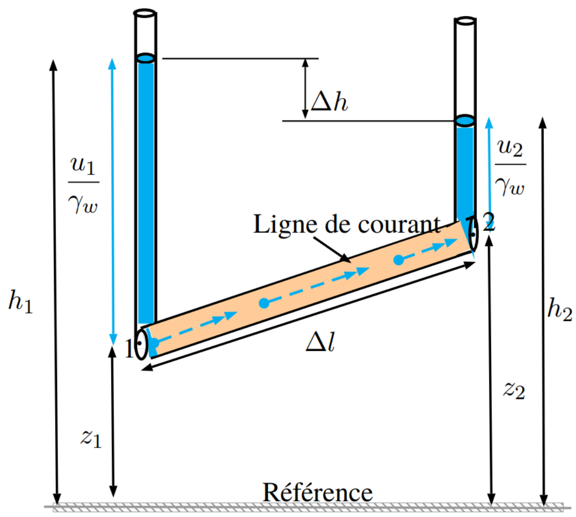


Figure 4.3: la Charge hydraulique totale h en termes de charge de position z et de charge piézoélectrique $\frac{u}{\gamma_w}$

## 4.5 Détermination de la conductivité hydraulique à saturation

### 4.5.1 Mesures de la perméabilité en laboratoire

Le coefficient de perméabilité d'un sol est une caractéristique intrinsèque au sol et qui dépend :

- La granulométrie du sol et de sa nature
- La structure des particules

Pour mesurer la perméabilité en laboratoire, il existe deux types d'essais.

1. **Le perméamètre à charge variable** ( cette opération dure de quelques minutes pour les sables à plusieurs jours pour les argiles, **Figure** 4.4.

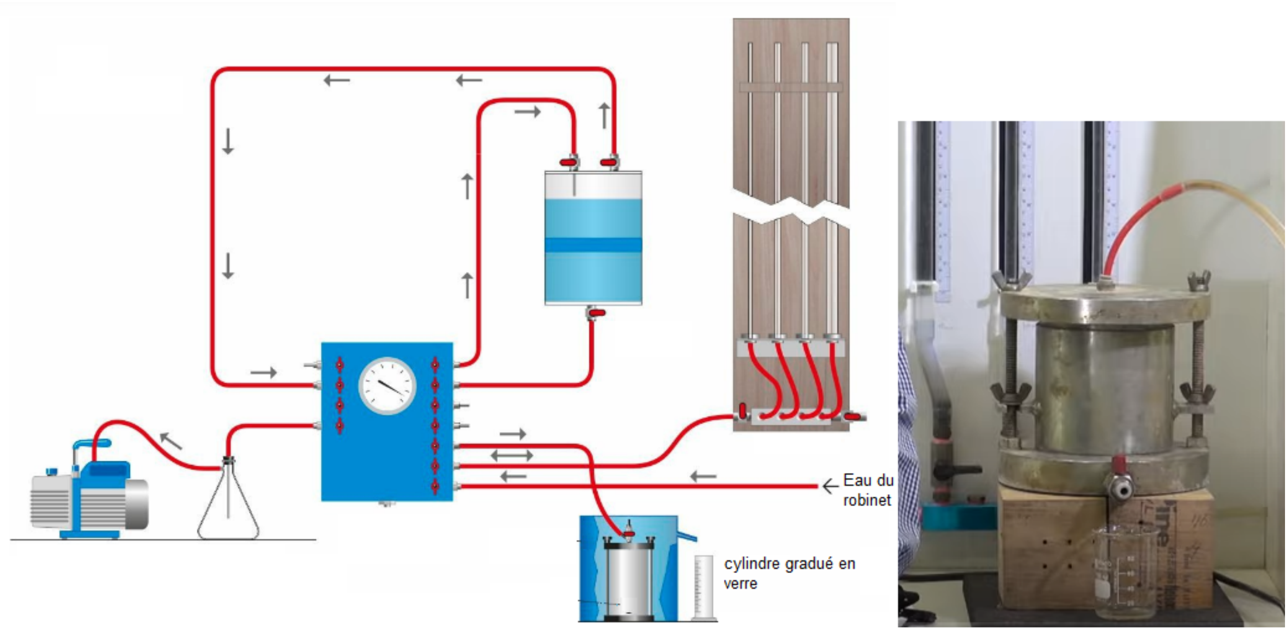


Figure 4.4: Le perméamètre à charge variable.

$$Q = \frac{dv}{dt} = \pi r^2 \frac{dz}{dt}$$

Dans le perméamètre à charge variable, le tube (**Figure** 4.4) est remplie d'eau et l'on suit la baisse de son niveau en fonction du temps et l'infiltration à charge variable en fonction du temps t.
Soit s la section de ce tube et la quantité d'eau qui s'écoule est

$$Q = -sdh$$

Mais aussi

$$Q = v.S.dt = k.i.S.dt$$

$$Q = k.h.S.dt/l$$

Soit, en égalant, les deux expressions de Q D'ou

$$k.dt = -sl/S.dh/h;$$

en intégrant entre deux instants en trouve

$$k = -s.l(lnh_1 - lnh_0)/S(t_1{-}t_0)$$

2. **Le perméamètre à charge constante** pour les matériaux assez perméable $k > 10^{-3}cm/s$).
une fois le régime permanent atteint, la loi de darcy s'écrit:

$$Q = -k_s.S.\frac{\Delta H}{L}$$

Soit

$$k_s = -\frac{Q}{S}\frac{L}{\Delta H}$$

$$\Delta H = H_e - H_s = h_e + z_e - (h_s + z_s) = I + L - (0 + 0) = I + L$$

$$k_s = -\frac{Q}{S}\frac{L}{(I + L)}$$

$$k = 2,3.\frac{s.L}{S}.\frac{log\frac{h_0}{h_1}}{t_1 - t_0}$$

Le débit Q est négatif car orienté dans la direction opposée de l'axe z

### 4.5.2 Loi de Jurin

Capillarité loi de Jurin, lorsqu'on plonge l'extrémité intérieur d'un tube fin dans un réservoir rempli d'eau. On constate que l'eau monte à l'intérieur du tube jusqu'à une certaine hauteur H. La hauteur de la frange capillaire et dépend de l'indice du vide et de la granulométrie est la forme des grains

$$hc : cm/d_{10}$$

$$hc = c/ed_{10}$$

c constant varier suivant le sol De 0,1 à 0,5 centimètre carré ed 10 représente le diamètre moyenne des canaux d un sol et l'appareil pour mesure la capillarité moule kh.

### 4.5.3 Essais de perméabilité sur chantier:in situ

L'écoulement et le rabattement provisoire ou définitif de la nappe phréatique, sont souvent indispensables pour la réalisation des ouvrages, et pour leur stabilité. Les essais de perméabilité sont généralement réalisés

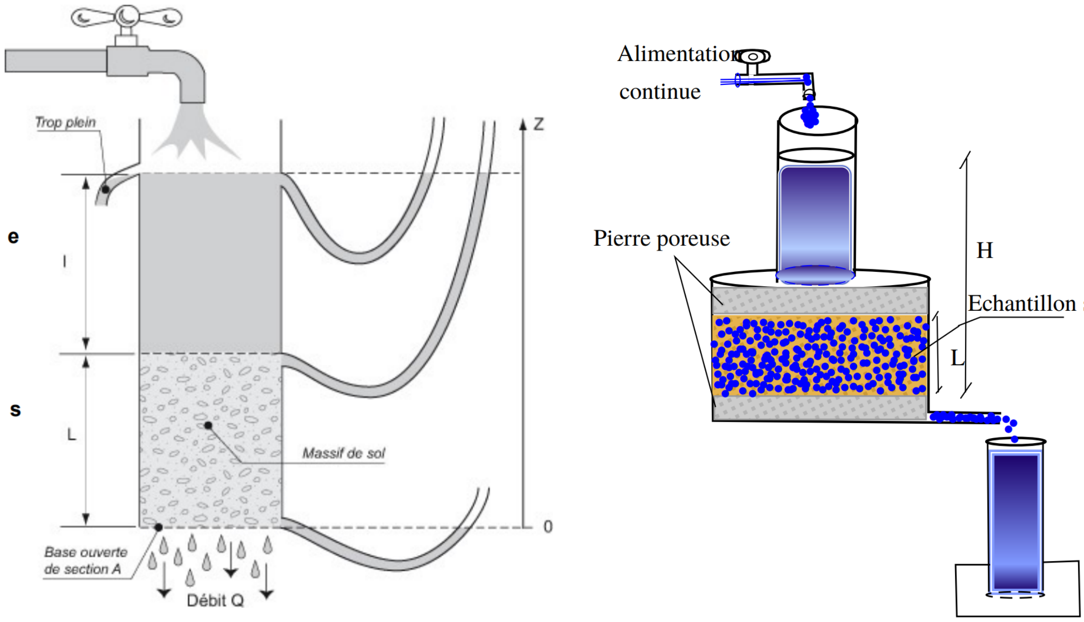


**Figure 4.5:** Principe du perméamètre à charge constante.

en laboratoire, sur des échantillons de sol remanié et les résultats des perméamètres sont plus au moins faibles. Les essais de perméabilités sur chantier peuvent remédier à cette situation en effectuant des essais in situ sur le sol intact. ces essais prennent beaucoup de temps, de nombreuses pièces d'équipement (cher) et résultats plus proches de la réalité et plus fiables. On distingue deux perméabilités fondamentales sur chantier.

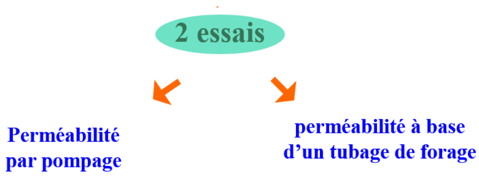


**Figure 4.6:** Essais de perméabilité sur chantier:in situ

Essai à la fosse à niveau variable(non normalisée) et Perméabilité à l'eau dans un forage en tube ouvert (NF EN ISO 22282-2) et Perméabilité de type Porchet et Essai à l'infiltromètre simple anneau(NF X30-420)

## 4.6 Perméabilité par pompage

L'essai perméabilité par pompage consiste à forer jusqu'à la couche imperméable de sol et pompage continu et régulier l'écoulement permanent puis le niveau stationnaire dans les puits de pompage et d'observation. A la fin de l'essai de mesurer le rabattement dans les puits d'observations.
on calcul le rayon d'influence (R) est égale la distance de non effet sur la nappe et le calcul se fait par la mesure de k à l'aide de l'équation (Dupuit 1863).

## 4.7 perméabilité à base d'un tubage de forage

l'essai à base d'un tubage de forage est déterminé par la circulation de l'eau à travers le sol en contact avec la base du tubage. cet essai est un essai ponctuel. dans les étapes, on verse le sable lavé et on relève le tubage par paliers puis on mesure q (niveau d'eau dans le tubage constant).

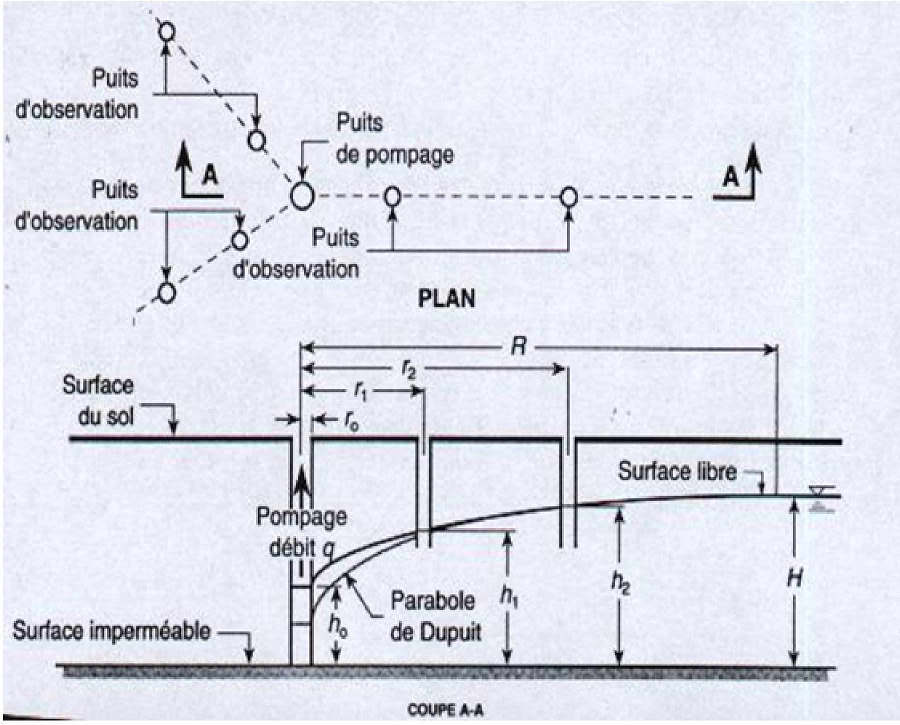


**Figure 4.7:** schéma de l'essai de perméabilité par pompage

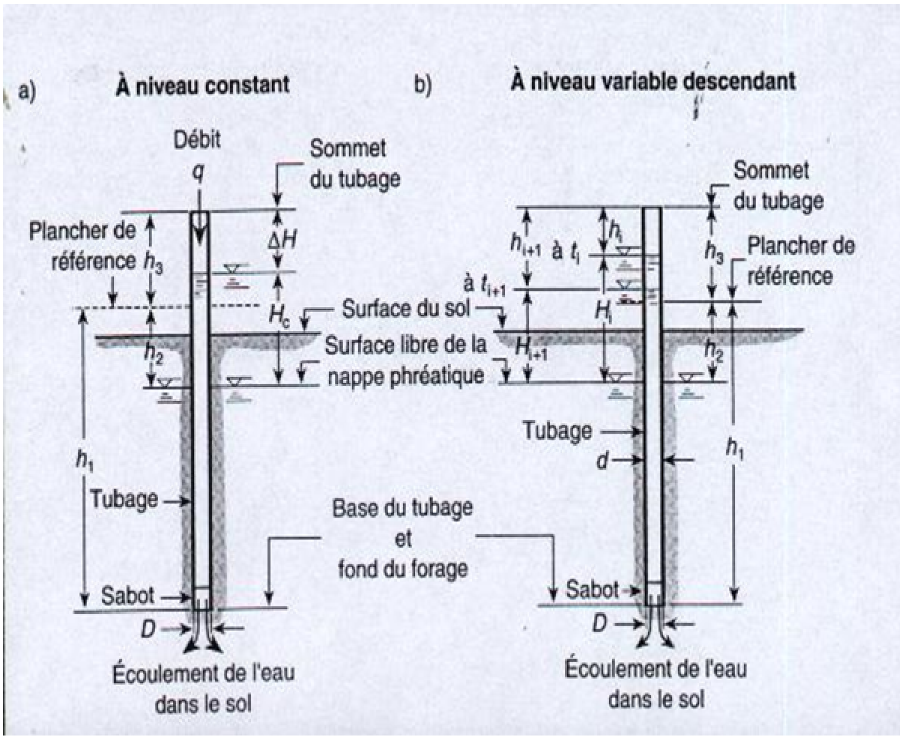


**Figure 4.8:** schéma de la perméabilité à base d'un tubage de forage

Les deux méthodes sont utilisées à niveau constant :$k_moyen$

$$k = q/2,75.D.H_C$$

Les mêmes essais sont utilisés à niveau variable : k faible

$$k = p'.C/60$$

Avec p' est la pente de

$$ln(H/Hi) = f(temps)$$

## 4.8 Écoulement de l'eau

Les écoulements de l'eau sont des mouvements de l'eau dans les sols qui détermine la capacité en fonction du gonflement et retrait à l' état stationnaire. Ce sont des propriétés statique. La perméabilité est la seule propriété dynamique. Le calcul est dépend de charges hydrauliques (terme énergie est base sur la charge hydraulique ou charge (h)).
La charge hydraulique est déterminé par la sa position, par sa pression et par sa vitesse de l'eau en un point donné qui porte quantité d'énergie. On applique l'équation de Bernoulli (énergie totale - MDF).

THÉORÈME DE BERNOULLI

$$\boxed{\text{Énergie totale} = \frac{v^2}{2g} + \frac{P}{\gamma_w} + z}$$

La charge est composée par les trois charges suivantes:

- charge de vitesse hv = $v^2/2g$ et
  L'énergie cinétique dans les sols $h_V \approx 0$ écoulement très lent
- charge de pression :(ou piézomètrique) hp = p/$\gamma_w$ et l'énergie produite par la pression qui s'exerce sur l'eau pression engendrée par la quantité d'eau située au-dessus du point .
- la charge d'élévation :(ou de position) $he = z$ l'associée à l'énergie potentielle la distance de la surface de référence arbitraire

Donc la charge hydraulique totale :

$$h = hv + hp + he$$

et la perte des charge

$$\Delta h = h_A - h_B$$

### Calcul h et $\Delta h$

- calcul la charge d'élévation he

## 4.9 Les forces d'infiltration et la Boulance

L'eau exerce une pression sur les particules qui est la force d'infiltration et proportionnelle à la perte de charge $\Delta h$ et le gradient hydraulique i.

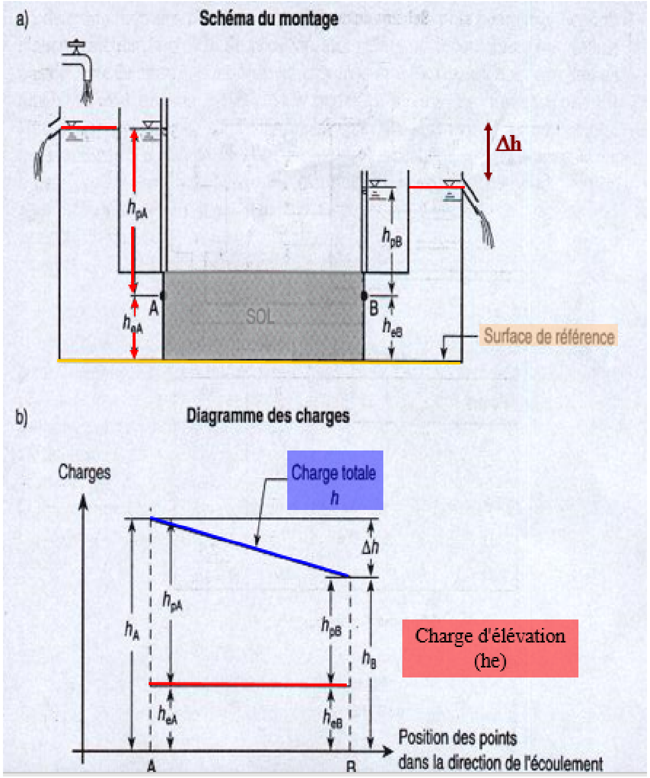


**Figure 4.9:** schéma de diagramme des charges hydrauliques

la force d'infiltration agit sur la contrainte effective ($\sigma'$). C'est la pression qui s'exerce entre les particules de sol. Écoulement descendant dans ce cas la contrainte effective augmente. Écoulement ascendant dans ce cas la contrainte effective diminue.

- risque $\sigma' = 0$
- état de boulance

  . les particules flottent et ne supportent aucune charge

· survient dans les sables et les sables silteux

· sables boulants ou mouvants

## Exemple: Détermination du gradient hydraulique critique

L'état critique :

$$F_{eau} = F_{sol+eau}$$

force ascendante

$$F_{eau} = \rho_w \cdot g \cdot A(\Delta h_c + h_w + L)$$

force descendante

$$F_{sol+eau} = \rho_{sat} \cdot g \cdot A \cdot L + \rho_w \cdot g \cdot A \cdot h_w$$

En égalisant, on obtient :

$$\rho_w \cdot (\Delta h_c + L) = \rho_{sat} \cdot L$$

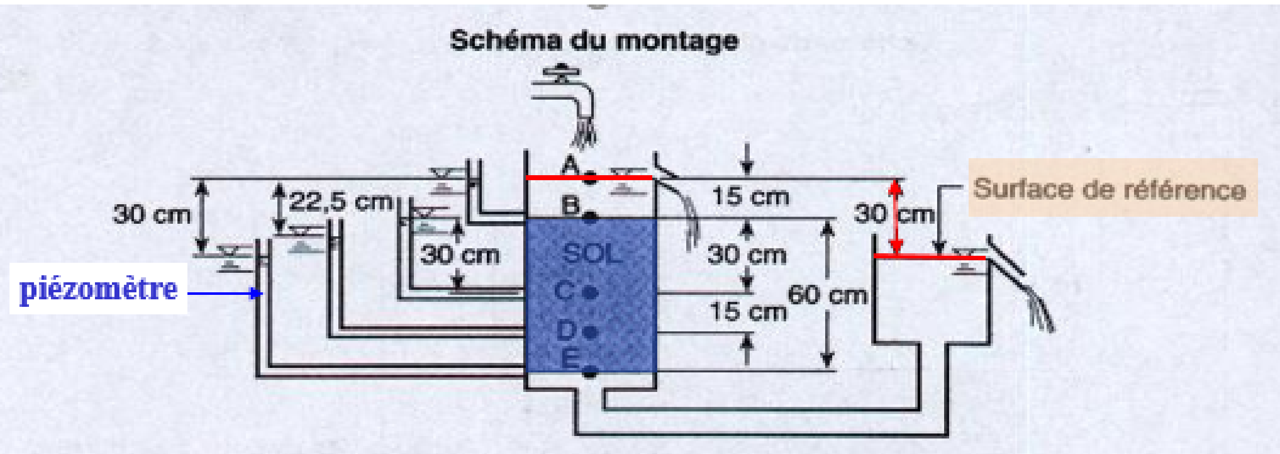


Tableau des charges

| Points | $h_e$ (cm) | $h_p$ (cm) | $h$ (cm) | $\Delta h$ (cm) |
|---|---|---|---|---|
| A | 30 | 0 | 30 | 0 |
| B | 15 | 15 | 30 | 15 |
| C | -15 | 30 | 15 | 7,5 |
| D | -30 | 37,5 | 7,5 | 7,5 |
| E | -45 | 45 | 0 | $30 = \Delta h_{total}$ |

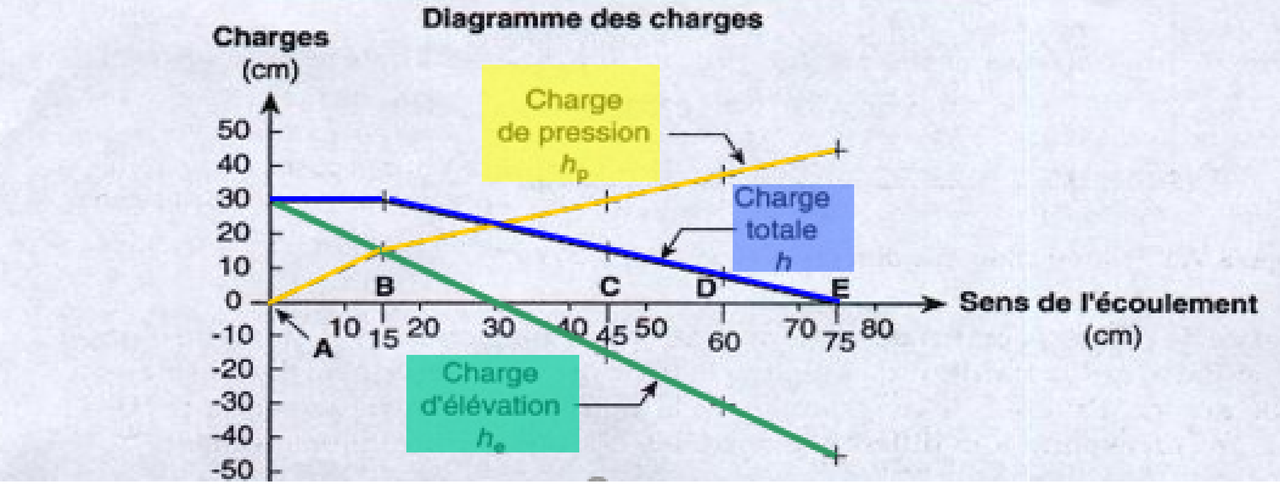


**Figure 4.10:** Exemple de calcule de la charge

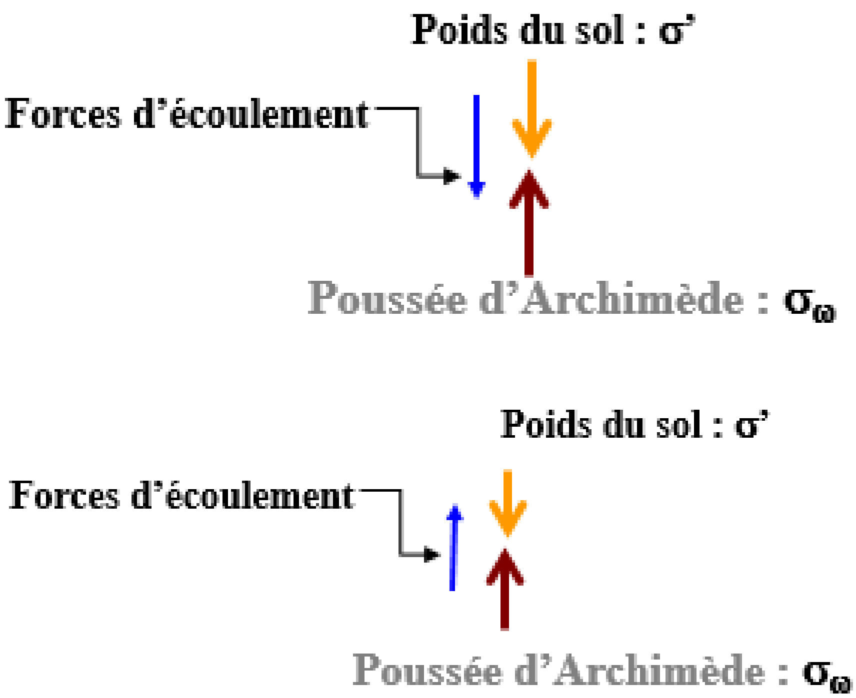


**Figure 4.11:** Les forces d'infiltration et la Boulance

Sachant:

$$\rho_{sat} = \rho_w \cdot \left[\frac{G_s + e \cdot S_r}{1+e}\right] Sr = 100\%$$

$$i_c = \frac{\Delta h_c}{L} = \frac{G_s - 1}{1+e}$$

où

$$\rho' = \rho_{sat} - \rho_w \Longrightarrow (dejauge)$$

Et on peut avoir aussi :

$$i_c = \frac{\rho'}{\rho_w} = \frac{\sigma'}{\sigma_w}\sigma = G \cdot \rho$$

$$i_c \Rightarrow$$

Provoque l'état de boulance

Liquéfaction du sol

## 4.10 Détermination de la profondeur critique

- Si on creuse à une profondeur critique Pc
- le fond de l'excavation commencera à se soulever
- sous l'effet des forces d'infiltration dues à la perte de charge $\Delta h_c$
- profondeur critique $\rightarrow$ équilibre des pressions

$$P_{sol} = P_{eau}$$

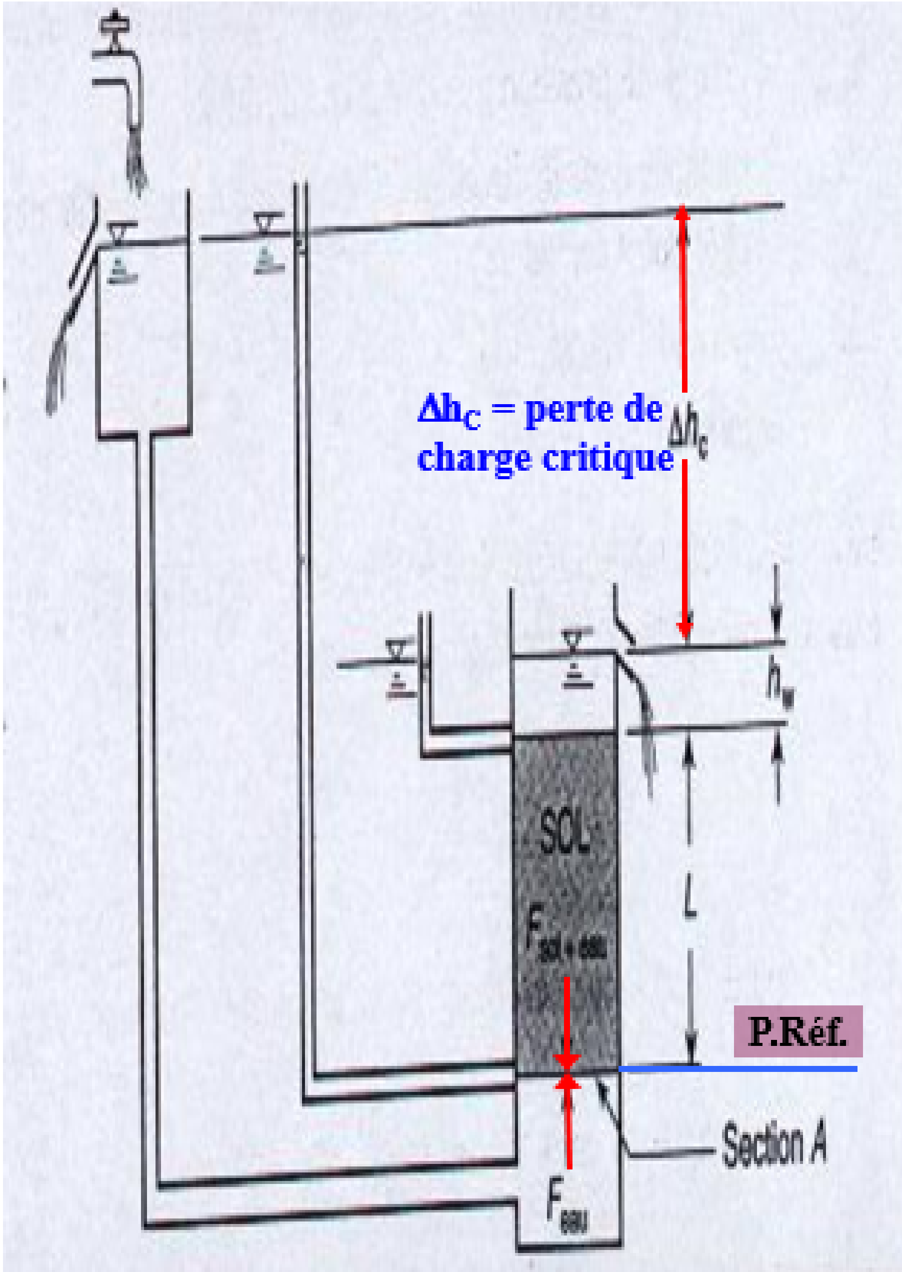


**Figure 4.12:** Détermination du gradient hydraulique critique

$$\rho.g.L = \rho_w.g.h_w$$

Comme :

$$h_w = \Delta h_c + L \Rightarrow \frac{\rho - \rho_w}{\rho_w} = \frac{\Delta h_c}{L}$$

Sachant que

$$i_c = \frac{\rho' - \rho_w}{\rho_w} \Longrightarrow L = H - P_c$$

Donc :

$$i_c = \frac{\Delta h_c}{H - P_c}$$

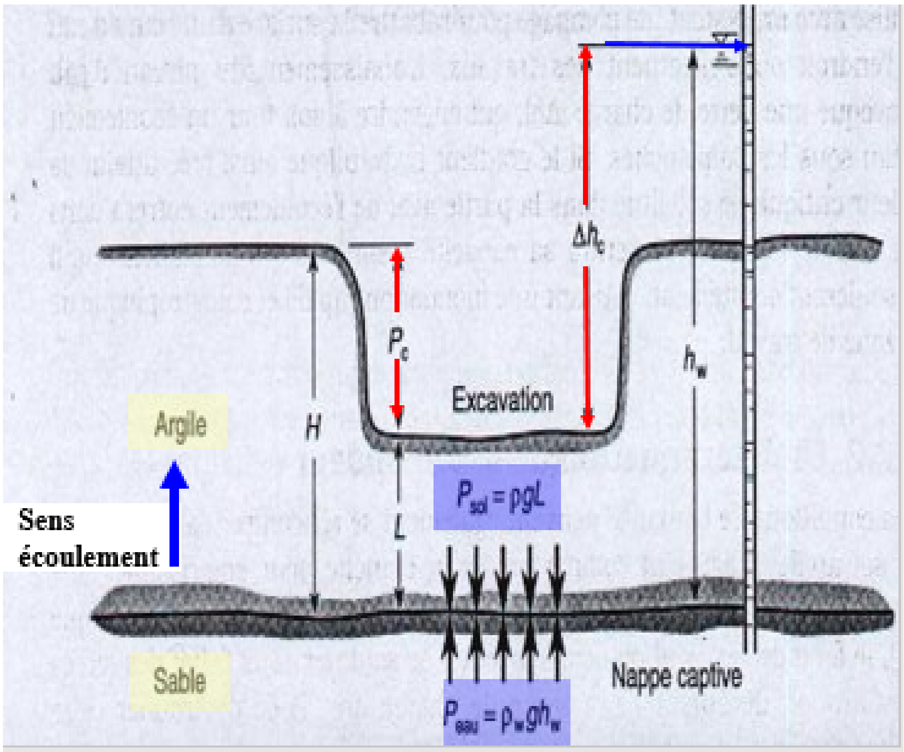


**Figure 4.13:** La profondeur critique

$$P_c = H\text{–}(\Delta h_c / i_c) \tag{4.1}$$

## 4.11 Facteur de sécurité

Pour éviter l'état de boulance (rupture) $\longrightarrow$ i <ic
$\longrightarrow$ un facteur de sécurité :

$$F_S = i_c / i$$

pour augmenter Fs, il faut :

- soit augmenter la longueur de l'écoulement (enfoncement de la palplanche)
- soit diminuer la perte de charge (rabattement de la nappe)

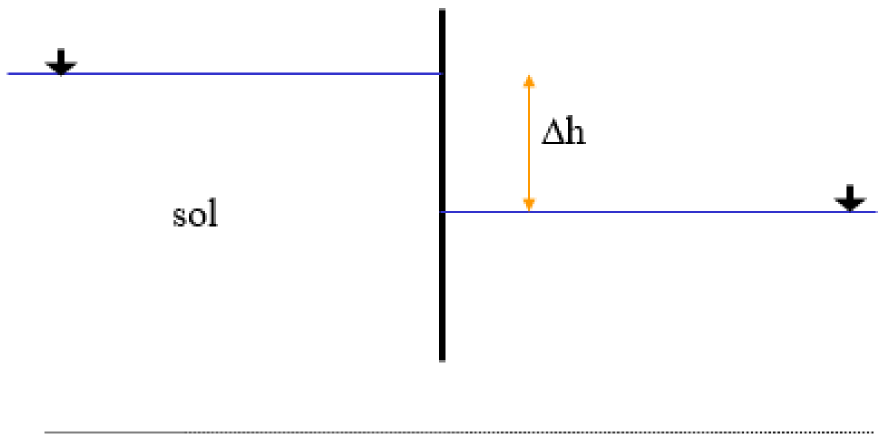


**Figure 4.14:** La diminution la perte de charge (rabattement de la nappe)

## 4.12 Réseaux d'écoulement

En réalité, l'écoulement est tridimensionnel (difficultés)
Écoulement bidimensionnel
Une méthode graphique

- Schématiser l'écoulement de lignes (réseau d'écoulement)
- Evaluer débit (Q) et charges (h) et les zones critiques (boulance)

## 4.13 Calcul du débit d'infiltration (Unidimensionnel)

$q_t$ = débit à travers un tube

Nt = nombre de tubes ⇒ Débit total:

$$Q = qt.Nt \tag{4.2}$$

A= section d'un tube

$$\Rightarrow qt \ = v.A = k.i.A$$

$$\Rightarrow q_t = k.\frac{\Delta h}{L}.A$$

$N_P$ = nombre de chutes
L = $\lambda.N_p$

$$A = \delta.P \Rightarrow \delta = \lambda \Rightarrow q_t = k.\frac{\Delta h}{N}.\frac{P}{p} \Rightarrow$$

Débit total

$$Q = k.\Delta h.P.Nt/Np$$

Par unité de largeur :

$$Q = k.\Delta h.Nt/Np$$

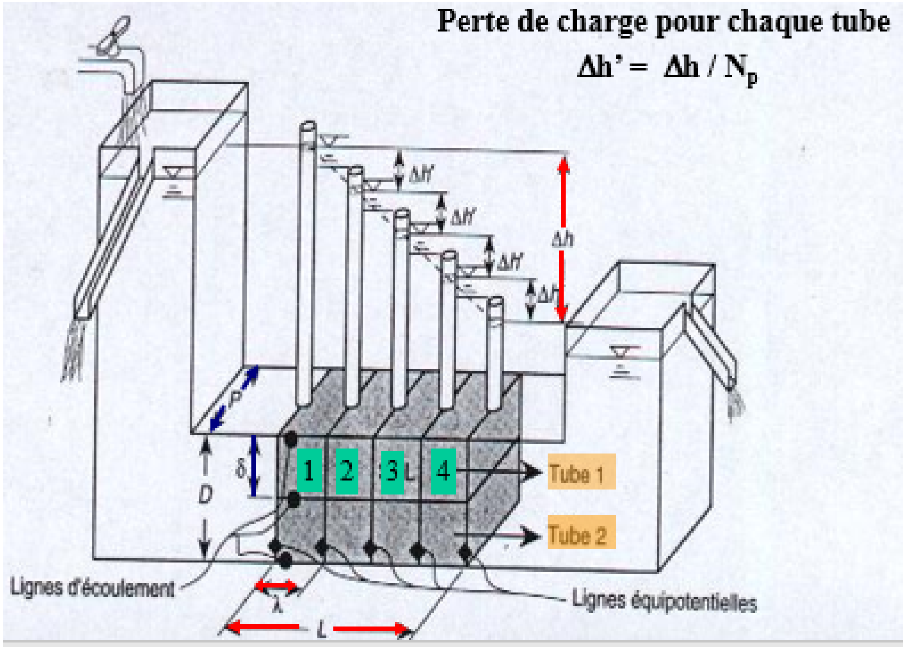


**Figure 4.15:** Débit d'infiltration (Unidimensionnel)

## 4.14 Réseaux d'écoulement bidimensionnel (à main levée)

L'écoulement se caractérise par un réseau composé de lignes de courant, le long desquelles l'eau circule, et de courbes équipotentielles, c'est-à-dire à charge h constante. Les lignes de courant sont perpendiculaires aux lignes équipotentielles, le réseau d'écoulement est orthogonal.
Les lignes de courant étant les trajectoires d'écoulement, en chaque point le vecteur vitesse d'écoulement y est tangent. Le même débit $\Delta q$ existe entre deux lignes de courant voisines (tube de courant) ; entre deux équipotentielles voisines, on trouve la même perte de charges $\Delta h$. A partir des conditions limites connues et des éventuelles mesures de pression in situ, la reconstruction numérique du réseau est réalisable (**Figure** 4.17,4.18).

- Conditions limites
- lignes de courant
- lignes équipotentielles

## 4.15 Les mécanismes de l'érosion interne

### 4.15.1 La boulance et Phénomène de Renard

Dans un écoulement la composante verticale ascendante de la force d'écoulement génère un gradient hydraulique i vertical ascendant. Cette composante verticale de la force d'écoulement s'oppose directement à la pesanteur (**Figure** 4.16) ; avec i suffisamment élevé, les grains sont entraînés par l'eau : c'est le phénomène de boulance.
Phénomène de renard hydraulique c'est le phénomène d'arrachement comme la boulance est susceptible d'être accompagné d'un transport important des grains, déstabilisant les sols. Le phénomène de renard apparait dans des écoulements en milieu perméable comme les barrages ou digues en terre, dans la direction d'écoulement de l'amont vers l'aval. Localement les vitesses d'écoulement augmentant peuvent atteindre le seuil d'entraînement des grains fins qui progressivement va (raviner ) les lignes de courant de l'intérieur. Les éléments plus importants

vont alors être entraînés, l'érosion progresse de manière régressive le long d'une ligne de courant, formant un conduit où s'engouffre l'eau de manière irréversible.

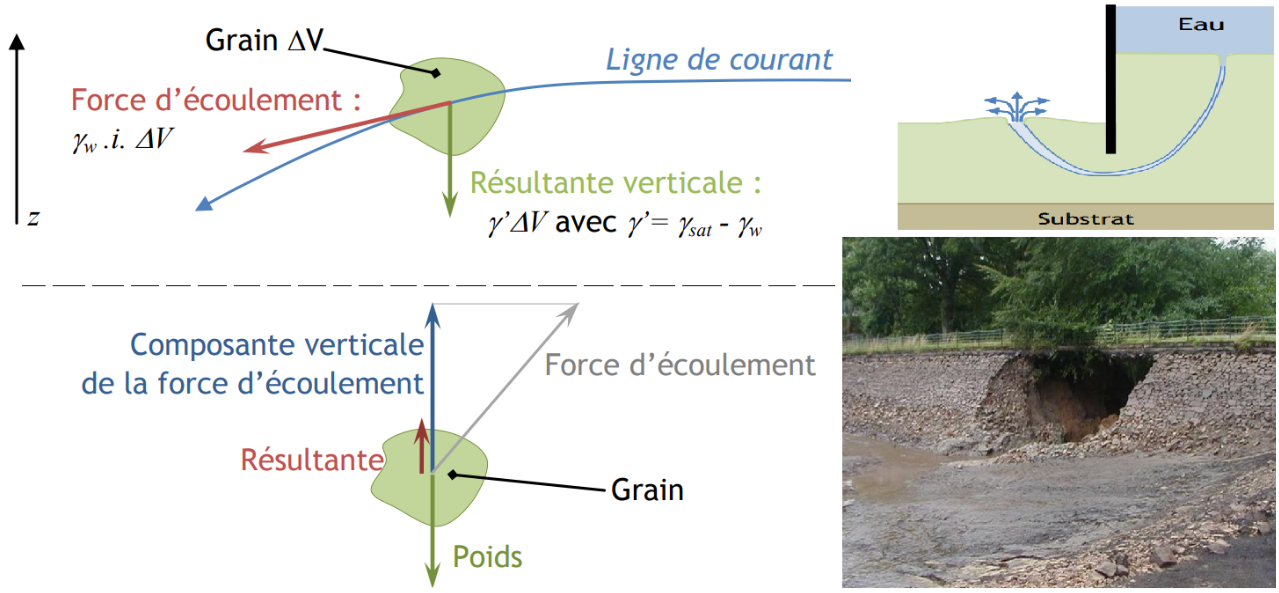


Figure 4.16: Les mécanismes de l'érosion interne

### 4.15.2 Exemple de calcul

Après dessin à main levée $\longrightarrow$5 tubes de courant (tube de courant)
$\longrightarrow$ 10 chutes de charge
Chute de charge

$$\Delta h' = \Delta h/10$$

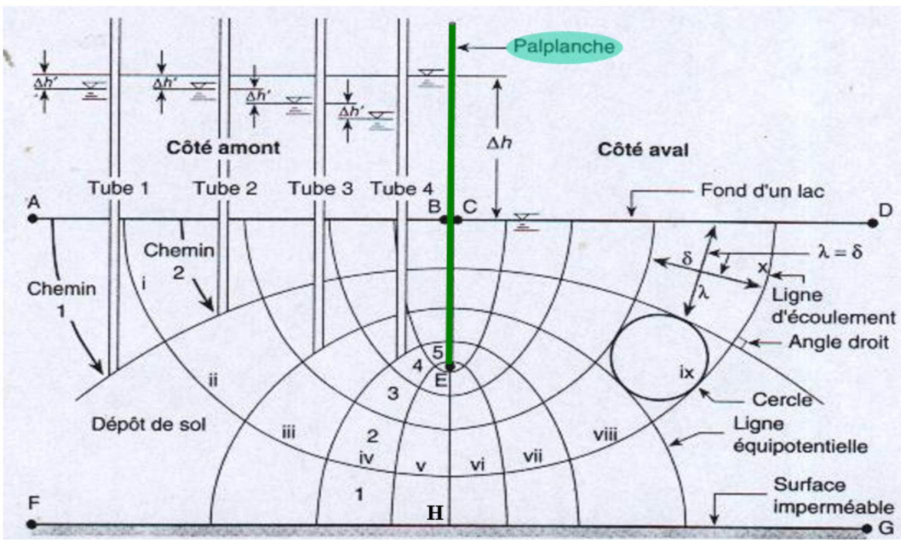


Figure 4.17: Réseaux d'écoulement bidimensionnel (à main levée)

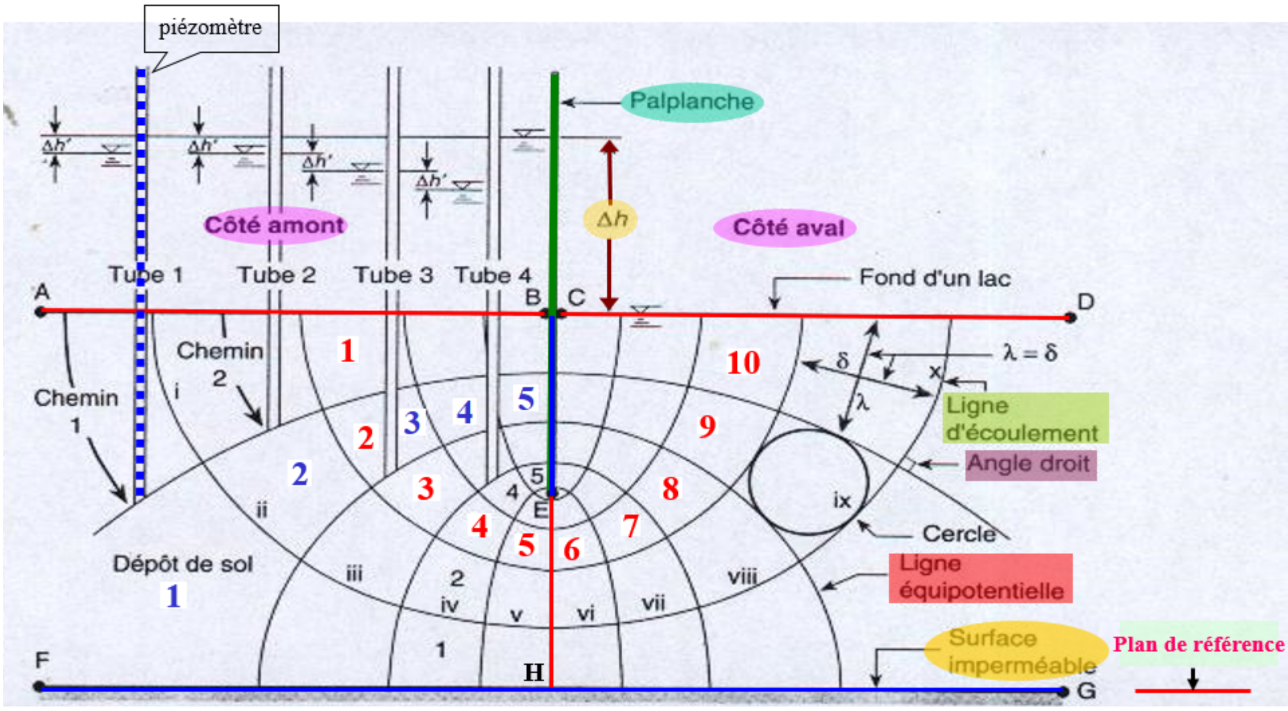

**Figure 4.18:** Lignes de courant et lignes équipotentielles dans un réseaux d'écoulement

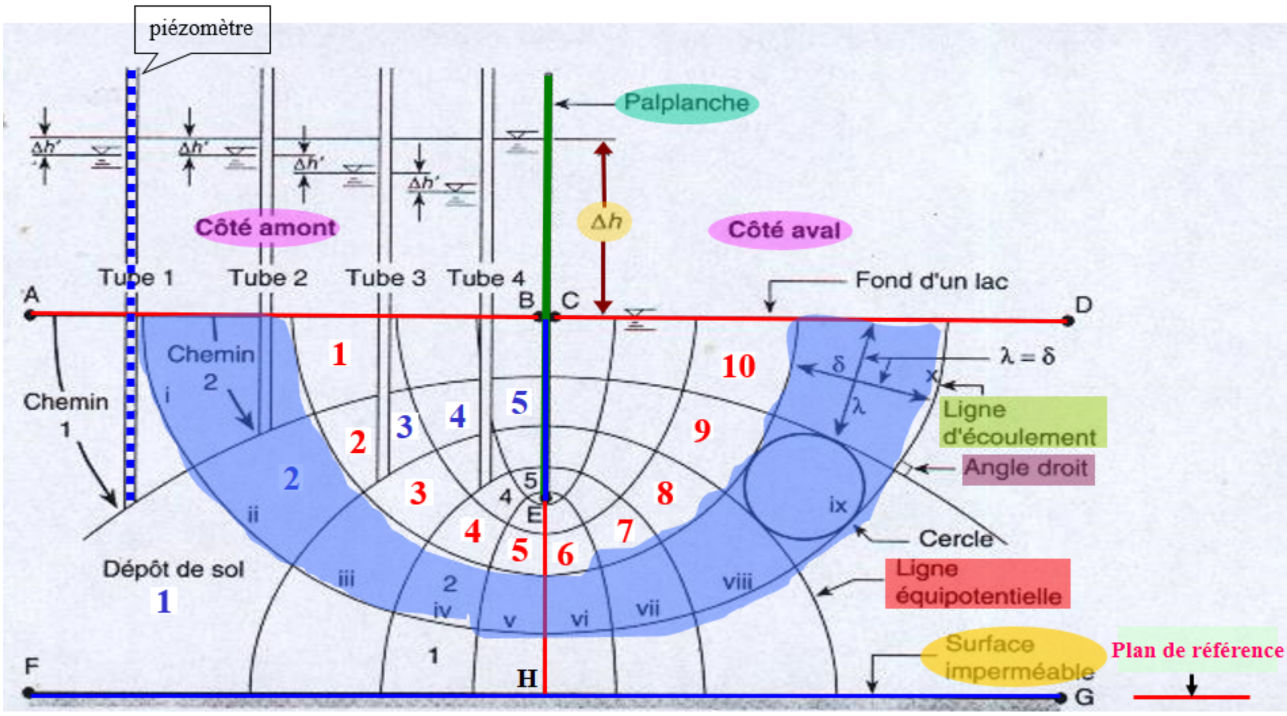

**Figure 4.19:** tubes de courant dans un réseaux d'écoulement bidimensionnel

#### 4.15.2.1 Détermination des Réseaux d'écoulement bidimensionnel

- $h_A, h_H, Q \Longrightarrow F_s$
- k = 3.10$^{-5}$cm/s ; $\Delta h = 4,8m$; e = 0,82
- $G_s$= 2,0 ; P = 30 m (largeur)

$$AM = 3,3cm = \Delta h_{totale} = 4,8m$$

$$F_A = 7cm = (4,8/3,3) \times 7 = 10,18mNt = 5tubesetNp = 10$$

chutes

$$BE = 3,2cm = (4,8/3,3) \times 3,2 = 4,65m$$

chute

$$10^e = 1,1cm = (4,8/3,3) \times 1,1 = 1,6m$$

$\Delta h_{totale}$ = 4,8 m

$$\Delta h' = \frac{\Delta h_{totale}}{Np} = \frac{4,8}{10} = 0,48m$$

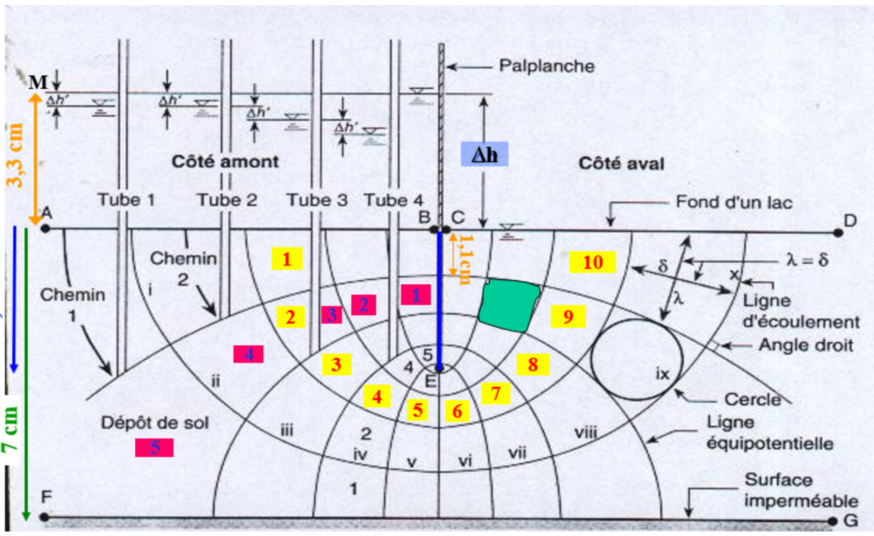


**Figure 4.20:** Déterminer : $h_A, h_H, Q$ et $F_s$

#### 4.15.2.2 Calcul de $h_A$ ?

Sachant que :

$$h_A = h_{eA} + h_{pA}$$

$$h_{eA} = 10,18meth_{pA} = 4,80m$$

Charge totale au point : A
$h_A = 14,98m$

#### 4.15.2.3 Calcul de $h_N$ ?

$$h_N = h_{eN} + h_{pN}$$

$$h_{eN} = (4,8/3,3) \times 2,8 = 4,07m$$

$$h_{pN} = h_{PN} – 7\Delta h' = 4,80 – (7 \times 0,48) = 1,44m$$

Charge totale en N

$h_N$= 5,51 m

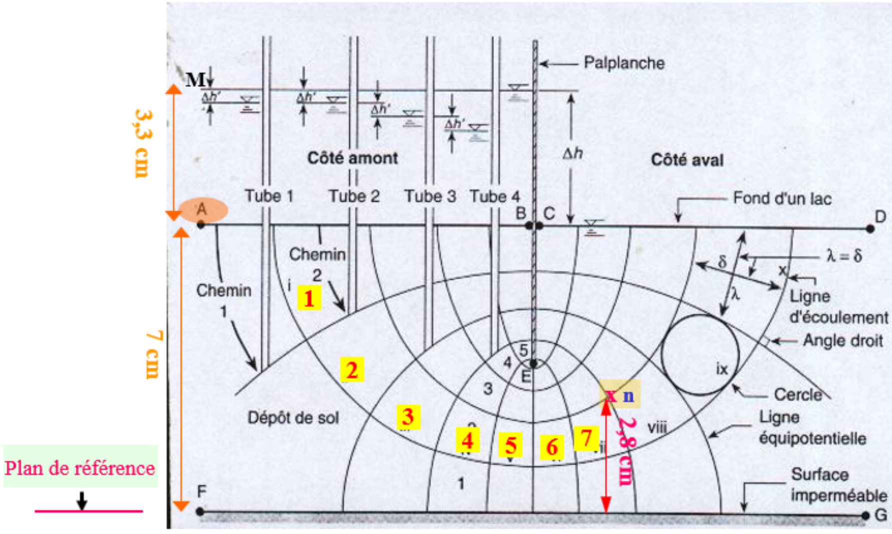


**Figure 4.21:** Calcules des charges hydrauliques $h_A$ et $h_N$

#### 4.15.2.4 Débit d'infiltration ?

$$Q = k.\Delta h.Nt/Np$$

et Nt = 5 tubes ;

Np = 10 chutes

on a

k = $3.10^{-5}$cm/s ; $\Delta h = 4,8m$; e = 0,82 Gs = 2,0 ; P = 30 m (largeur)

$$Q = 3.10^{-7}.4,8.5/10 = 7,2.10^{-7}m^3/s$$

$$Q_{total} = 7,2 \times 10^{-7}m^3/s.30m = 2,16 \times 10^{-5}m^3/s$$

par mètre de largeur

#### 4.15.2.5 Coefficient de sécurité ?

Fs = ic / i

$$i_c = \frac{G_s - 1}{1 + e} = \frac{2,70 - 1}{1 + 0,82} = 0.93$$

et

$$i = \Delta h'/\lambda$$

$$\Delta h' = \frac{4,8}{10 chuts}$$

$\lambda = 1.60m$ longueur (maille de sortie)$\longrightarrow$

$$i = \frac{0,48}{1,6} = 0,30$$

$$F_s = \frac{i_c}{i} = \frac{0,93}{0,30} = 3,1 \rightarrow F_s > 1 \Rightarrow$$

pas de risque

de préférence quand $F_s < 3 \Rightarrow$ il faut enfoncer les palplanches

# Chapter 4 Exercise

1. **Exercice 1: Détermination de la profondeur critique**

   On veut ouvrir une fouille de profondeur D dans une couche d'argile représente sur la figure ci-dessous. Un écoulement vertical ascendant va s'établir dans l'argile entre la couche de sable sous jacente et le fond de fouille .

   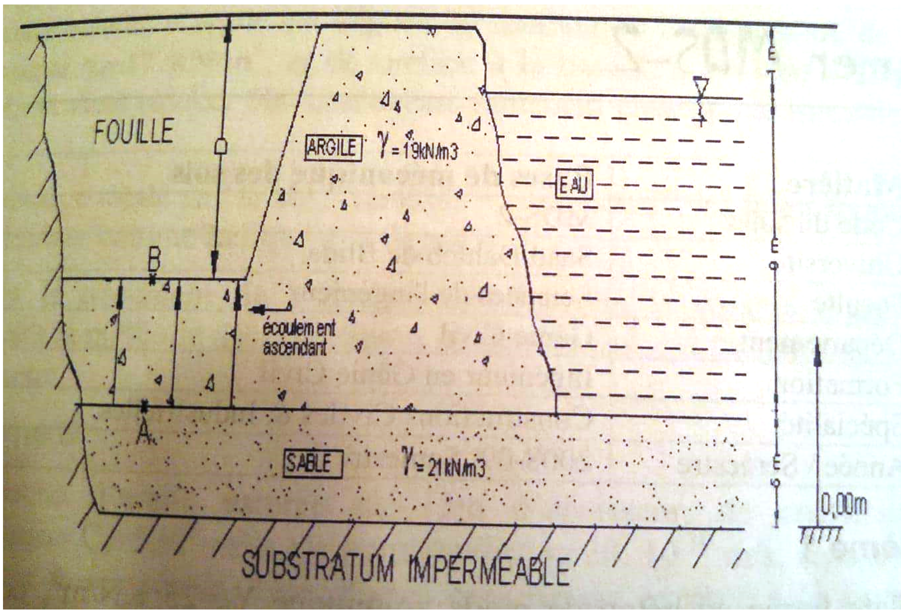
   

   **Figure 4.22:** profil en long de la fouille

   (a). calculer le gradient hydraulique de cet écoulement en fonction de la profondeur.

   (b). En déduire la profondeur maximale que l'on pourra atteindre sans qu'il y ait rupture du fond de fouille par renard (phénomène de Boulance).

   (c). soit le coefficient de sécurité défini par $F = \frac{i_c}{i}$, Quelle devra être la charge hydraulique $h_A$ dans le sable ,au droit de la fouille.

2. **Exercice 2**

   Un écoulement se manifeste dans un canal d'une façon parallèle à celui de la rivière adjacent située à 250m.la surface libre de canal se trouve à une élévation de +1050 m et celle de la rivière se trouve à +1021m. Figure ci-dessous Sachant que le sable se trouve entre deux couches imperméables purement argileuses, et que l'épaisseur de la couche de sable est estimée à 6m environ.

   (a). Calculer le débit d'écoulement par mètre linéaire en litre par seconde.

   (b). Déduire le débit total si la longueur de canal vaut 1km, la perméabilité de sable déterminée au laboratoire est égale à 2,13 $\times$ $10^{-5}$m/s.

3. **Exercice 3**

   L'écoulement 2D au travers de la fondation d'un barrage poids est représenté par des équipotentielles et des lignes de courant formant un réseau à mailles carrées. La hauteur du barrage est h = 15 m dont d = 2 m sont en fouille. Sa largeur de base est b = 40 m. Le réservoir est supposé rempli d'eau jusqu'à la crête du barrage. La fondation est d'épaisseur B = 30 m. Elle est drainée et son coefficient de perméabilité est k = $10^{-6} m/s$.

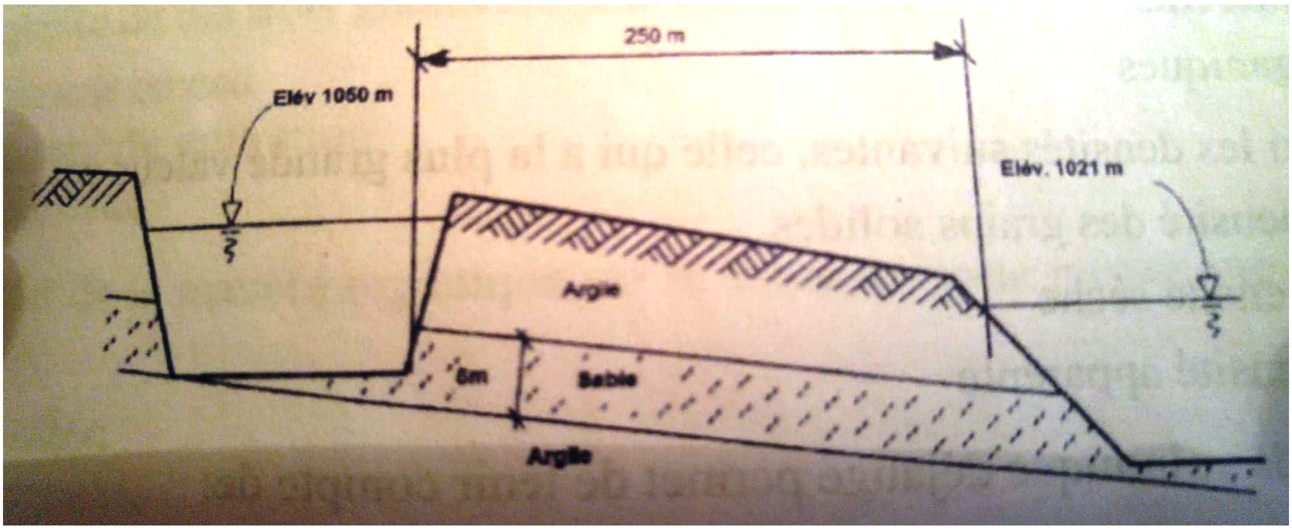


**Figure 4.23:** Écoulement dans une rivière et dans un canal

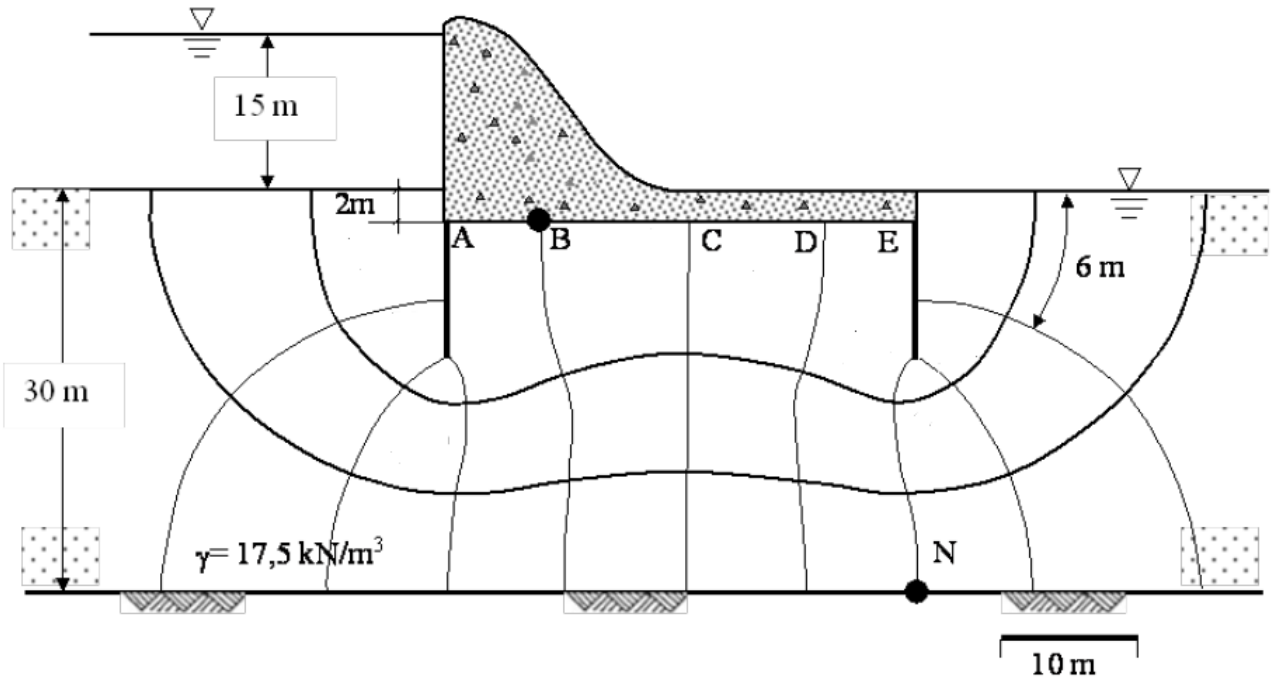


**Figure 4.24:** L'écoulement 2D au travers de la fondation d'un barrage poids

- En négligeant la vitesse de Darcy, calculer la pression interstitielle au point B du contact barrage-alluvions et au point N, en m et en kPa.
- Calculer à partir de réseau d'infiltration de la figure le débit traversant le sol de fondation par mètre de largeur de la couche d'alluvions.
- Calculer le gradient hydraulique à la sortie de l'écoulement. En déduire le coefficient de sécurité F, vis-à-vis du phénomène de renard.
- Pour quelle perte charge entre l'amont et l'aval le renard apparait.

4. **Exercice 4**

Un barrage doit être fondé sur une couche d'alluvions perméables limité à 20 m de profondeur par un substratum horizontal imperméable. La largeur de ce barrage est de 25m. La différence du niveau d'eau entre l'amont et l'aval est de 7.50m. Le réseau d'écoulement à mailles carrées est tracé sur la figure suivante :

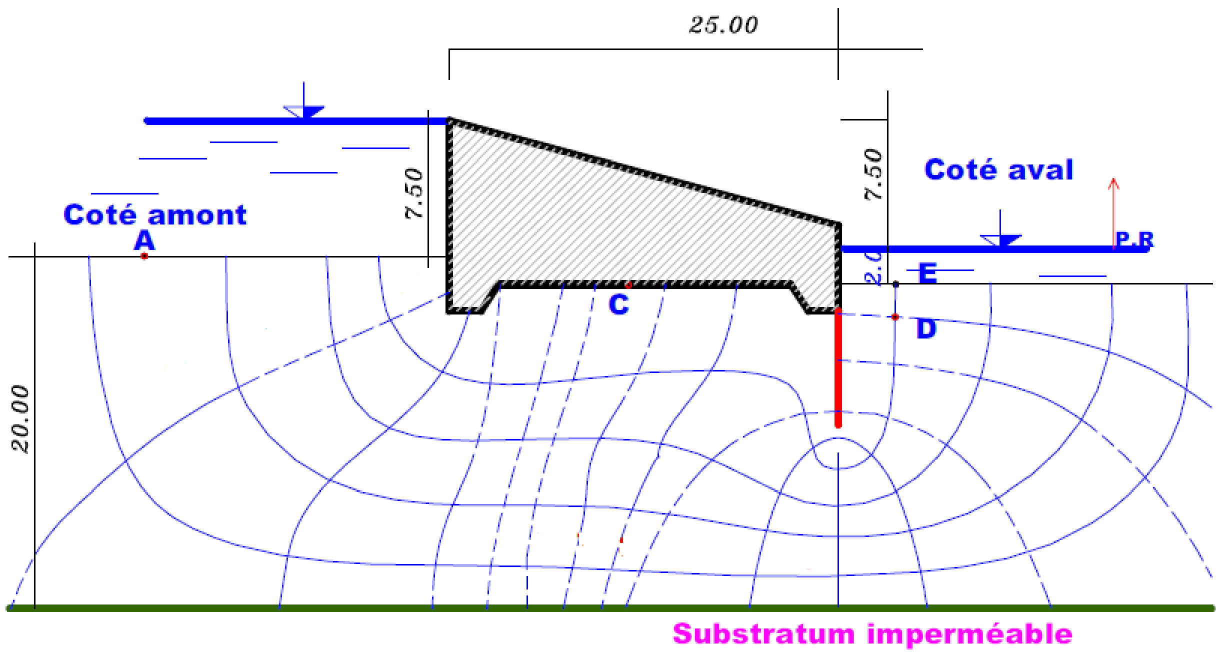


**Figure 4.25:** Le réseau d'écoulement à mailles carrées dans la fondation d'un barrage

(a). Calculer la pression interstitielle au point C du contact barrage alluvions situé à mi-distance du parement amont et du pied aval du barrage.

(b). Évaluer le gradient hydraulique de sortie au contact du pied aval du barrage entre les points D et E (DE=2m).
En déduire le coefficient de sécurité vis-à-vis du phénomène de renard.

(c). Calculer le débit traversant le sol

5. **Exercice 5** Un barrage doit être fondé sur une couche d'alluvions perméables de perméabilité k = $10^{-5}$m/s. L'indice des vides des alluvions est e = 0.7 et leur poids volumique est $\gamma_s$= 21 $kN/m^3$. Le poids volumique de l'eau est $\gamma_w = 9.81 kN/m^3$. La couche d'alluvions est limitée à 20 m de profondeur par un substratum horizontal imperméable. La largeur du barrage est de 25m. La différence du niveau d'eau entre l'amont et l'aval est de 7.50m. A l'aval du barrage, la hauteur d'eau est 2.0 m. Le réseau d'écoulement à mailles carrées est tracé sur la figure suivante.

(a). En négligeant la vitesse de Darcy, calculer la pression interstitielle au point C du contact barrage

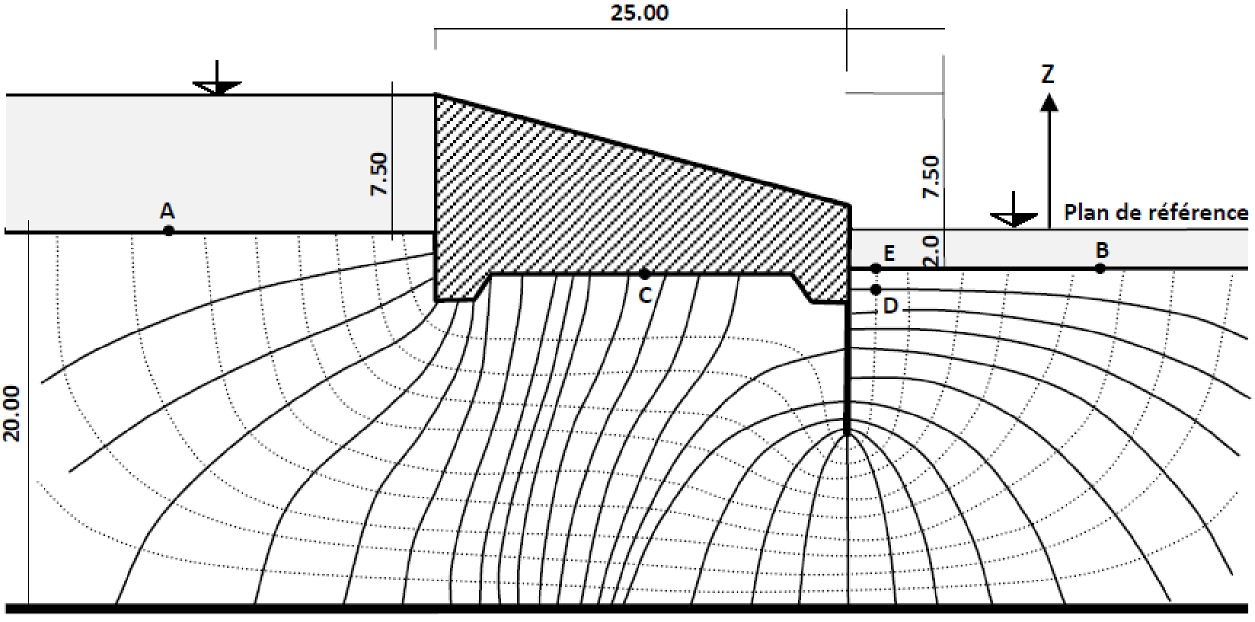


**Figure 4.26:** Un barrage fondé sur une couche d'alluvions perméables

alluvions situé à mi-distance du parement amont et du pied aval du barrage.

(b). Calculer à partir du réseau d'infiltration de la figure le débit traversant le sol de fondation par mètre de largeur de la couche d'alluvions.

(c). Calculer le gradient hydraulique I de sortie au contact du pied aval du barrage entre les points D et E sachant que la distance entre ces deux points est DE = 1m. En déduire le coefficient de sécurité Fs vis-à-vis du phénomène de renard.

(d). Pour quelle perte de charge totale entre l'amont et l'aval le renard apparait ?

6. **Exercice 6**

Un rideau de palplanche long 100m séparant une écluse d'une rivière (figure4.22). Au niveau d'eau le plus bas de l'écluse, l'eau à 4m au dessus du niveau de référence. Si le terrain est un sol sableux homogène de perméabilité isotrope de $10^{-5}$ et de masse volumique saturée de 20kN/m$^3$.

(a). Pour les profondeurs z = 0.0 ; 2.0 ; 4.0 ; 6.0 ; 8.0 ; 10.0 et 11.7 m, calculer les potentiels $\phi$, les contraintes dans la phase liquide (ou pressions interstitielles)$u_w$, les contraintes totales $\sigma_T$ , et les contraintes entre grains $\sigma'$.

(b). Calculer le débit passant sous le rideau de palplanche.

(c). Quel est le gradient hydraulique maximal à la sortie (côté écluse) ?

(d). Y a-t-il un risque de renard ? Justifier la réponse.

7. **Exercice 7**

la figure ci-dessous représente un rideau de palplanche est installé dans un sol homogène au-dessus d'une couche imperméable.l'eau coté amont sera infiltré vers le bas et autour des palplanches, et le potentiel de soulèvement du sol du côté aval du rideau est préoccupant.

Use Terzaghi's flow net alternate empirical methods to evaluate heave to determine if the sheet pile wall is adequate for hydraulic control. Compare method results. 3.5m 5m 1m 7m Heave zone Ni-4 N -8 k 3.5 x 104 cm/s sor-18.7 kN/m? 14m Impermeable laye

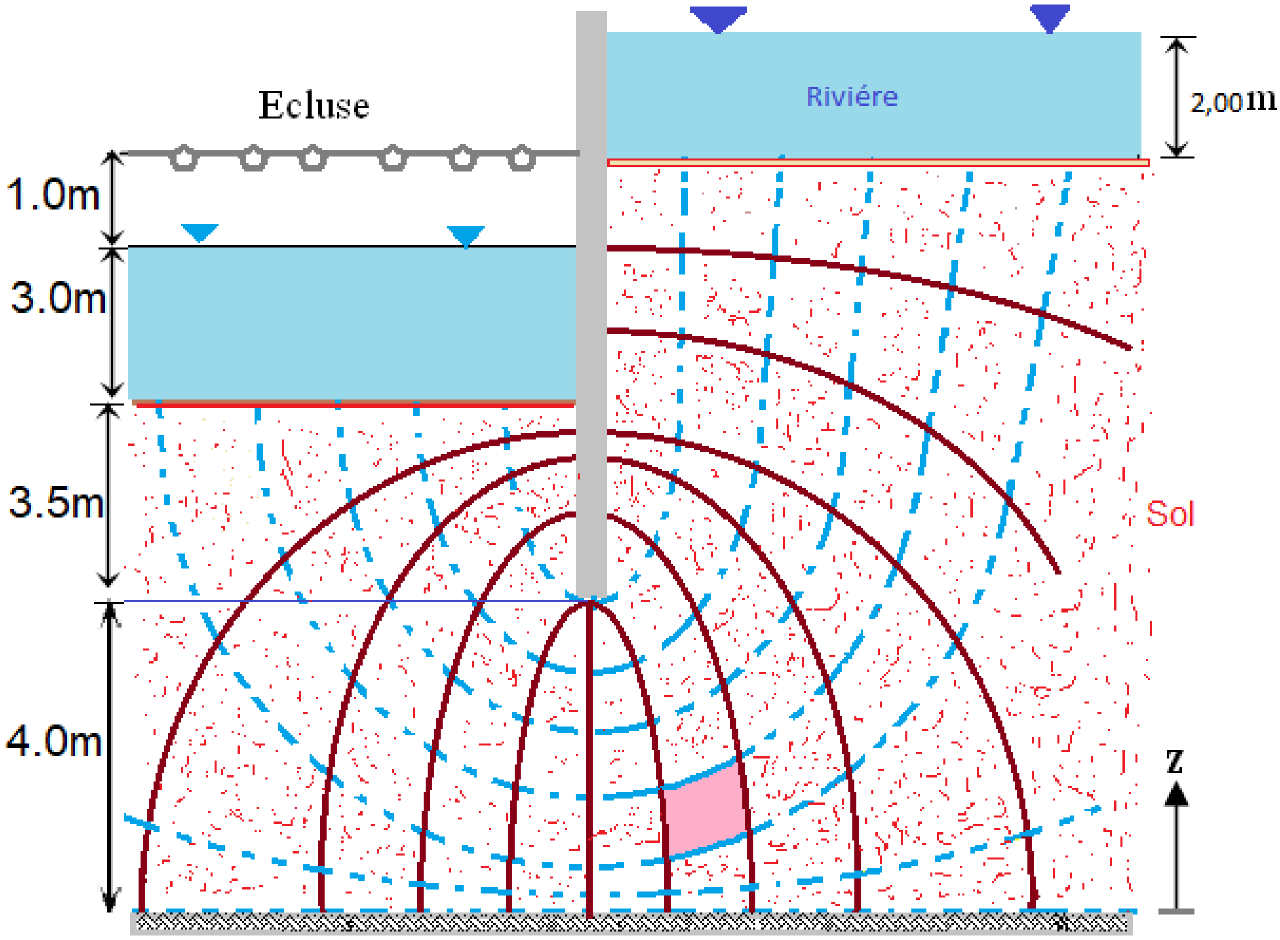



**Figure 4.27:** Un rideau de palplanche long 100m séparant une écluse d'une rivière

# Bibliography


[ANDRE86] Éléments de l'hydraulique ANDRE CAUVIN-Eyrolle.2 PARIS 1986.

[Ouragh1] Écoulement forces en hydrauliques :1er et 2eme partie ouragh youcef- OPU-Alger.

[walter96] Hydraulique fluviale : Tome1 : v16 ecoulement parmanent uniforme et non uniforme , walter H Graf 1993

[Olivier19] Olivier LOUISNARD, TDs de mécanique des fluides, http ://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/2.0/fr/, San Francisco, California 94105, 2019.

[Plaut16] Emmanuel Plaut, Mécanique des fluides à Mines Nancy et université-lorraine.france,2016.

[Schaum94] Renald V. Giles,Jack B. Evett,Cheng Liu, Mécanique des fluides et hydrauliques, Cours et problèmes,1994 la $3^{eme}$ édition

[VAZ14] José VAZQUEZ et Matthieu DUSFRESNE, Hydrostatique et Hydraulique en charge, Formation Mastère Eau Potable et Assainissement,ENGEES-Icube,2014.

[BONNIN18] Johanne BONNIN, Jean Christophe BUVAT, Xavier COSSON, Marie DEBACQ, Hélène DESMORIEUX et Corine LACOUR, Hydraulique pour le génie des procédés,UNIT,17 janvier 2018

[Riadh08] Riadh BEN HAMOUDA, Notions de mécanique des fluides cours et exercices corrigés, Centre de Publication Universitaire Tunisie 2008.

[Dany09] Dany Huilier,TD Pertes de charges exercices + corrigé LPAIL3S5,Licence LPAI L3S5, 15 octobre 2009.

[Dunglas14] Jean Dunglas : Stockage de l'eau : quel avenir pour les retenues collinaires ? – – Académie d'Agriculture de France – Février 2014.

[Clément16] Clément DESODT – Hélène HORSIN MOLINARO Phénomènes de boulance et d'érosion régressive (renard hydraulique) dans les barrages? Université PARIS SACLAY Edité le 16/09/2016