Université Ibn Khaldoun de Tiaret
Faculté des Sciences Appliquées
Département des Sciences et de Technologie
Année Universitaire 2014-2015
Semestre 2
Promotion : 1ère année LMD ST
Matière : $MathsII$

Fiche de TD N° 01

Exercice 1:

Dans $M_2(R)$, on considère les matrices $A=\begin{pmatrix}2&1\\1&0\end{pmatrix}$ et $B=\begin{pmatrix}0&1\\1&2\end{pmatrix}$

1) Calculer : $A+B$, $A\times B$, $B\times A$, A^2 et B^2

2) A-t-on $(A+B)^2=A^2+B^2+2\cdot(A\times B)$?

Exercice 2:

Soient les matrices $A=\begin{pmatrix}-3&2\\0&4\\1&-1\end{pmatrix}$ et $B=\begin{pmatrix}1&2\\0&1\\1&1\end{pmatrix}$

1) Trouver une matrice C telle que $A-2B-C=0$

2) Trouver une matrice D telle que $A+B+C-4D=0$

3) Trouver la matrice transposée de A et B .

Exercice 3:

Effectuer les multiplications suivantes :

1) $\begin{pmatrix}3&1&5\\2&7&0\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}2&1&-2&0\\3&0&1&8\\0&-5&3&4\end{pmatrix}$

2) $\begin{pmatrix}-3&0&5\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}2\\-4\\-3\end{pmatrix}$

3) $\begin{pmatrix}2\\-4\\-3\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}-3&0&5\end{pmatrix}$

Exercice 4:

I) Calculer les déterminants des matrices suivantes :

$$A=\begin{pmatrix}1&3\\-7&5\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}2&3&3\\5&15&7\\0&-2&0\end{pmatrix}\text{ et }C=\begin{pmatrix}2&-1&3&-4\\2&0&4&-5\\-2&4&3&1\\0&-3&1&-1\end{pmatrix}$$

II) Résoudre les équations suivantes :

1) $\begin{vmatrix}1&m&1\\m&1&m-1\\1&-1&2\end{vmatrix}=0$ 2) $\begin{vmatrix}3-m&0&1\\2&1-m&1\\-1&1&1-m\end{vmatrix}=0$

II) 1. Trouver pour quelles de t de la matrice A suivante est inversible telle que :

$$A = \begin{pmatrix} t+3 & -1 & 1 \\ 5 & t-3 & 1 \\ 6 & -6 & t+4 \end{pmatrix}$$

2. Déterminer la matrice inverse de A si $t \notin \{-4, -2, 2\}$

Exercice 5:

Dans R^3 muni de sa base canonique $B = \{e_1, e_2, e_3\}$, on considère l'endomorphisme f_a $(a \in R)$ définie par :
$\forall (x, y, z) \in R^3$, $f_a\ (x, y, z) = (x + ay + az^2, y + 2az, z)$

1. Donner $M_a = M(f_a / B, B)$
2. Montrer que $M_a \times M_b = M_{a+b}$
3. En déduire que pour tout $a \in R$, la matrice M_a est inversible (on remarquera que $I_3 = M_a$)

Exercice 6:

***PARTIE* I** :

On munit R^3 et R^2 de leurs bases canoniques respectives B_1 et B_2, on considère les applications linéaires f et g définies par :

$$f : \begin{array}{ccc} R^3 & \longrightarrow & R^3 \\ (x, y, z) & \longmapsto & (x - y - z, - x + y - z, - x - y + z) \end{array} \quad et \quad g : \begin{array}{ccc} R^3 & \longrightarrow & R^2 \\ (x, y, z) & \longmapsto & (2x - z, 2y - z) \end{array}$$

1. Calculer $g \circ f$ et déterminer $M(g \circ f / B_1, B_2)$ par un calcul direct.
2. Déterminer $M(f / B_1, B_1)$ et $M(g / B_1, B_2)$.
3. Vérifier que $M(g \circ f / B_1, B_2) = M(g / B_1, B_2) \times M(f / B_1, B_1)$

***PARTIE* II** :

On considère la famille $B'_1 = \left\{ u'_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, u'_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, u'_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$

a) Montrer que B'_1 forme une base de R^3

b) Déterminer P_{B_1, B'_1} : La matrice de passage de la base B_1 à la base B'_1

c) Déterminer $P_{B'_1, B_1}$: La matrice de passage de la base B'_1 à la base B_1

d) Quelles sont les composantes du vecteur $X = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ dans B'_1

e) Déterminer la nouvelle matrice associée à f, $M(f / B'_1, B'_1) = ?$

f) Calculer l'image du vecteur $X = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ dans B'_1 par deux méthodes

g) f est elle bijective ?