

**Examen de Maths 5 (Méthodes numériques)**

Date 18/05/2015

Durée : 1h30

**Question de cours :**

Calculer la solution approchée de l'équation différentielle

$$\begin{cases} y' = xy & \forall x \in [1, 2] \\ y(1) = 2 \end{cases}$$

**Exercice 1 :** Pour tout nombre réel  $\alpha$ , on considère le système suivant :

$$(S) \begin{cases} x + y - z = 3 \\ -x + 2y = \alpha \\ x + 4z = 1 \end{cases}$$

**Partie A**

- 1) Résoudre le système (S) par la méthode de Gauss.
- 2) En utilisant la factorisation LU calculer le déterminant de A.
- 3) Est-ce que le système est bien conditionné? (utiliser  $\|\cdot\|_\infty$ ).

**Partie B**

- 1) Ecrire la méthode de Gauss-Seidel pour résoudre le système.

2) Calculer le vecteur  $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}^{(1)}$  obtenu après la première itération avec  $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}^{(0)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ .

- 3) Est-ce que la méthode de Gauss-Seidel appliquée au système converge ?

**Exercice 2 :**

- 1) Soit les points  $(x_i, f(x_i))$  pour  $i = 1, 2, 3$

$$\left(-\frac{1}{4}, 0\right), (0, 1), \left(\frac{1}{4}, 2\right)$$

- a) Déterminer le polynôme d'interpolation de Lagrange.

- b) Calculer la valeur approchée de l'intégrale  $\int_{-\frac{1}{4}}^{\frac{1}{4}} f(x) dx$ , par la méthode de Simpson.