



---

## EXAMEN DE REMPLACEMENT DE MATH 04

---

**Exercice 01 (06 points) :** Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation suivante :

$$2 \sinh z - e^{-z} = -3i.$$

**Exercice 02 (08 points) :**

- Soit  $P(x, y) = 4xy^3 - 4x^3y - y + 2$ .

- 1) Démontrer que cette fonction  $P$  est harmonique.
- 2) Trouver la fonction  $Q$  telle que  $f$  une fonction holomorphe sur  $\mathbb{C}$  donnée par sa forme algébrique

$$f(z) = f(x + iy) = P(x, y) + iQ(x, y),$$

où  $z = x + iy$ ,  $P = \operatorname{Re}(f)$  et  $Q = \operatorname{Im}(f)$

- 3) Exprimer  $f(z)$  en fonction de  $z$  telle que  $f(0, 0) = 2 + 3i$ .
- 4) Calculer  $f'(z)$  par deux méthodes.

**Exercice 03 (06 points) :**

- Calculer l'intégrale curviligne suivante :

$$\int_C |z|^2 dz, \quad C : \text{le cercle d'équation } |z + 1| = 2.$$

BONNE CHANCE