Université Ibn Khaldoun Tiaret
Faculté de Science Applique
Département des Sciences et de la Technologie

24/05/2015
Durée : 1h30min

Examen de Remplacement Maths II

Exercice 1. *(05.5 pts)*

On considère la matrice $C = \begin{pmatrix} \alpha+2 & 1 & -1 \\ 12 & 2\alpha+2 & 2 \\ \alpha & 2 & \alpha \end{pmatrix}$

1. *Calculer le déterminant de C.* *(01 pts)*
2. *Soit* $P(\alpha) = \alpha^3 + 4\alpha^2 - 4\alpha - 16 = 0$. *Calculer* $P(2)$. *(0,5 pts)*
3. *Pour quelles valeurs de* α *la matrice C est inversible ?* *(01 pts)*
4. *On considère le syseème d'équations linéaires*

$$(S) : \begin{pmatrix} \alpha+2 & 1 & -1 \\ 12 & 2\alpha+2 & 2 \\ \alpha & 2 & \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Résoudre le système (S) avec $\alpha \neq \{2, -2, -4\}$ *(03 pts)*

Exercice 2. *(09 pts)*

Soit l'endmorphisme f de $\mathbb{R}^3$ *définit par*

$$\begin{array}{ccc} \mathbb{R}^3 & \longrightarrow & \mathbb{R}^3 \\ (x,y,z) & \longmapsto & (2x+y+z, x+2y+z, x+y+2z) \end{array}$$

1. *Déterminer la matrice A de f relativement à la base canonique B.* *(01 pts)*
2. *Soit* $B' = \{v_1 = (1,1,1), v_2 = (1,1,0), v_3 = (-2,0,0)\}$ *montrer que* B' *est une base de* $\mathbb{R}^3$. *(01 pts)*
3. *Déterminer la matrice de passage P de B à* B'. *(01 pts)*
4. *Déterminer la matrice de passage Q de* B' *à B.* *(02 pts)*
5. *Déduire la matrice D de f relativement à la base* B'. *(01 pts)*
6. *Montrer que A est inversible et calculer* A^{-1}. *(02 pts)*

Exercice 3. *(05.5 pts)*

1. *Soient* $I = \int_0^\pi x\cos^2 x dx$ *et* $J = \int_0^\pi x \sin^2 x dx$
   Calculer $I + J$ *et* $I - J$, *en déduire I et J* *(03 pts)*
2. *Calculer les primitives suivantes* $\int \frac{x}{x^3-3x+2}dx$, $\int \frac{dx}{1+\cos x}$ *(02.5 pts)*

Bonne chance