



Université Ibn Khaldoun Tiaret - Faculté des Sciences Appliquées - Département des Sciences et de la Technologie

 $\mathbf{Date}: 02/06/2015$ \mathbf{D} euxième \mathbf{A} nnée LMD-ST. \mathbf{D} urée : 1h30mn

EXAMEN DE RATTRAPAGE DE MATH 04

Exercice 01 (07 points):

Soit z = x + iy où $x, y \in \mathbb{R}$ et soit la fonction :

$$f(z) = \cosh z$$
.

- 1) Mettre f(z) sous la forme P(x,y) + iQ(x,y).
- 2) Montrer que f est holomorphe sur $\mathbb C$ par deux méthodes.
- 3) Résoudre dans C l'équation suivante :

$$2\cosh z + e^{-z} = -2.$$

Exercice 02 (08 points):

- Soit $P(x,y) = 2x^4 + 2y^4 12x^2y^2 + y + 1$.
- 1) Démontrer que cette fonction P est harmonique.
- 2) Trouver la fonction Q telle que f une fonction holomorphe sur $\mathbb C$ donnée par sa forme algébrique

$$f(z) = f(x+iy) = P(x,y) + iQ(x,y),$$

où
$$z = x + iy$$
, $P = Re(f)$ et $Q = Im(f)$

- 3) Exprimer f(z) en fonction de z telle que f(0,0) = 1 + i.
- 4) Calculer f'(z) par deux méthodes.

Exercice 03 (05 points):

• Calculer l'intégrale curviligne suivante :

$$\int_C (\overline{z})^2 dz, \qquad C: \text{le cercle d'équation } |z - i| = 1.$$