

Rattrapage de Maths I

**Exercice 1.** (02.5 pts)

Soit  $f$  une application de un ensemble  $E$  dans un ensemble  $F$ ,  $A$  et  $B$  deux parties de  $F$ . Prouver les relations suivantes

1.  $A \subset B \implies f^{-1}(A) \subset f^{-1}(B)$ .
2.  $f^{-1}(A \cap B) = f^{-1}(A) \cap f^{-1}(B)$ .

**Exercice 2.** (05 pts)

Donner un exemple d'application  $f : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$  dans les cas suivantes.

- $f$  injective mais pas surjective.
- $f$  surjective mais pas injective.
- $f$  bijective (autre que l'identité  $Id_{\mathbb{N}}$ )

**Exercice 3.** (05 pts)

On définit sur  $\mathbb{R}^*$  la relation  $\mathcal{R}$  par

$$\forall x, y \in \mathbb{R}^* \quad x\mathcal{R}y \iff y(x^2 + 1) = x(y^2 + 1)$$

1. Montrer que  $\mathcal{R}$  est une relation d'équivalence.
2. Déterminer la classe d'équivalence de  $a$  pour tout  $a \in \mathbb{R}^*$ .

**Exercice 4.** (07.5 pts)

**a** Simplifier les expressions suivantes.

- 1)  $\tan(\arcsin x)$
- 2)  $\tan(\arccos x)$
- 3)  $\cos(\arctan x)$
- 4)  $\sin(\arctan x)$

**b** Résoudre l'équation  $\arcsin x = \arctan 2 + \arctan 3$

Bonne chance