

Rattrapage de Maths I

Exercice 1. (02.5 pts)

Soit f une application de un ensemble E dans un ensemble F , A et B deux parties de F . Prouver les relations suivantes

1. $A \subset B \implies f^{-1}(A) \subset f^{-1}(B)$.
2. $f^{-1}(A \cap B) = f^{-1}(A) \cap f^{-1}(B)$.

Exercice 2. (05 pts)

Donner un exemple d'application $f : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$ dans les cas suivantes.

- f injective mais pas surjective.
- f surjective mais pas injective.
- f bijective (autre que l'identité $Id_{\mathbb{N}}$)

Exercice 3. (05 pts)

On définit sur \mathbb{R}^* la relation \mathcal{R} par

$$\forall x, y \in \mathbb{R}^* \quad x\mathcal{R}y \iff y(x^2 + 1) = x(y^2 + 1)$$

1. Montrer que \mathcal{R} est une relation d'équivalence.
2. Déterminer la classe d'équivalence de a pour tout $a \in \mathbb{R}^*$.

Exercice 4. (07.5 pts)

a Simplifier les expressions suivantes.

- 1) $\tan(\arcsin x)$
- 2) $\tan(\arccos x)$
- 3) $\cos(\arctan x)$
- 4) $\sin(\arctan x)$

b Résoudre l'équation $\arcsin x = \arctan 2 + \arctan 3$

Bonne chance