

Examen de Maths 5 (Méthodes numériques)

Date 18/05/2015

Durée : 1h30

Question de cours :

- 1) Comparer les quatre méthodes: méthode de dichotomie, de point fixe, de Newton et de la sécante.
- 2) Calculer la solution approchée de l'équation différentielle

$$\begin{cases} y' = 2xy & \forall x \in [1, 2] \\ y(1) = 2 \end{cases}$$

Exercice 1 : Pour tout nombre réel α , on considère le système suivant :

$$(S) \begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ -x + 2y = \alpha \\ x + 4z = 1 \end{cases}$$

Partie A

- 1) Résoudre le système (S) par la méthode de Gauss.
- 2) En utilisant la factorisation LU calculer le déterminant de A.
- 3) Est-ce que le système est bien conditionné? (utiliser $\|\cdot\|_\infty$).

Partie B

- 1) Ecrire la méthode de Gauss-Seidel pour résoudre le système.

2) Calculer le vecteur $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}^{(1)}$ obtenu après la première itération avec $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}^{(0)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

- 3) Est-ce que la méthode de Gauss-Seidel appliquée au système converge ?

Exercice 2 :

- 1) Soit les points $(x_i, f(x_i))$ pour $i = 1, 2, 3$

$$\left(-\frac{1}{2}, 0\right), (0, 1), \left(\frac{1}{2}, 2\right)$$

- a) Déterminer le polynôme d'interpolation de Lagrange.

- b) Calculer la valeur approchée de l'intégrale $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} f(x) dx$, par la méthode de Simpson.

- 2) Soit la fonction

$$f(x) = 2x + 1.$$

Discuter l'erreur de calcul dans a), b).