



Faculté des Sciences Appliquées
Département des Sciences et de Technologie

Date : 17/05/2015
Durée : 1h :30 min

EXAMEN DE MATH 04

Important ! : Ecrire votre nom et prénom en majuscules ainsi que votre groupe de TD.

Exercice 01 (07 points) :

Soit $z = x + iy$ où x et y sont deux nombres réels et soit la fonction :

$$f(z) = e^{iz}.$$

- 1) Mettre $f(z)$ sous la forme $P(x, y) + iQ(x, y)$.
- 2) Montrer que f est holomorphe dans \mathbb{C} par deux méthodes.
- 3) Calculer le module et l'argument de $f(z)$.
- 4) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation suivante :

$$2 \cos z + e^{-iz} = 2.$$

Exercice 02 (08 points) :

• Soit $P(x, y) = x^3 - 3xy^2 + x^2 - y^2 - y$.

- 1) Démontrer que cette fonction P est harmonique.
- 2) Trouver la fonction Q telle que f une fonction holomorphe sur \mathbb{C} donnée par sa forme algébrique

$$f(z) = f(x, y) = P(x, y) + iQ(x, y),$$

où $z = x + iy$, $P = \text{Re}(f)$ et $Q = \text{Im}(f)$

- 3) Exprimer $f(z)$ en fonction de z telle que $f(0, 0) = 0$.
- 4) Calculer $f'(z)$ par deux méthodes.

Exercice 03 (05 points) :

• Calculer l'intégrale suivante en utilisant la formule intégrale de Cauchy :

$$\int_C \frac{e^{\pi z}}{2z^2 - 3iz - 1} dz, \quad C : \text{le cercle d'équation } |z - 1 + \frac{i}{2}| = \frac{11}{6}.$$

BONNE CHANCE