République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université Ibn Khaldoun de Tiaret
Faculté des Sciences Appliquées
Département des Sciences et de Technologie
1ère année LMD ST

Année Universitaire 2014-2015
Date : 17/05/2015
Module : Maths2
Durée : 1h 30

EXAMEN

Exercice 1: (*06 points*)

On considère (S) le système d'équations : $\begin{cases} 13x - 8y - 12z = 1 \\ 12x - 7y - 12z = -2 \\ 6x - 4y - 5z = 3 \end{cases}$

1) Donner la matrice A associée au système (S)
2) Montrer que A est inversible et calculer A^{-1}
3) En déduire A^{n}, pour tout n entier naturel
4) Résoudre le système (S)

Exercice 2: (*08 points*)

Soit $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$

$(x, y, z) \longmapsto (3x + y + z,\ 2x + 4y + 2z,\ x + y + 3z)$

1) Déterminer $\mathrm{A} = M(f / B, B)$, la matrice associée à f dans B la base canonique de $\mathbb{R}^3$
2) Soit $B' = \{u_1' = (1,\ -1,\ 0), u_2' = (1,\ 0, -1), u_3' = (1,\ 2,\ 1)\}$, montrer que B' forme une base de $\mathbb{R}^3$
3) Déterminer les deux matrices de passages : $P_{B, B'}$ et $P_{B', B}$
4) Soit le vecteur $V_{(B)} = (1,\ 1,\ 1)$, trouver ses composantes dans B'
5) En déduire $\mathrm{D} = M(f / B', B')$
6) f est-elle bijective ?

Exercice 3: (*06 points*)

I) On considère l'intégrale : $I_n = \int_0^{\pi/2} sin^n(x)\, dx$

1) Calculer I_0 et I_1
2) Montrer que $\forall n \geq 2,\ I_n = \left(\frac{n-1}{n}\right) \cdot I_{n-2}$; en déduire I_2 et I_3

II) Calculer les primitives suivantes :

$$\mathrm{I} = \int \frac{1 - x^2}{x + 2} dx \qquad et \qquad \mathrm{J} = \int \frac{sin^3(x)}{2 + cos(x)} dx$$

Bonne chance